매쓰제닉 쪽지시험 · 고2 수학 II · 미분계수와 도함수 · 10월 3주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고2-10-03-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
④	⑤	④	③	②	⑤	③	①	④	63

1. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 곱의 미분법을 이용하여 미분계수를 계산할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

함수 $g(x)=x^2f(x)$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면 곱의 미분법에 의해

$g'(x)=2xf(x)+x^2f'(x)$

이다. 위 식에 $x=1$ 을 대입하면

$g'(1)=2(1)f(1)+1^2f'(1)$

이때 $f(1)=3$ 이고 $g'(1)=10$ 이므로

$10=2\times3+f'(1)10=6+f'(1)$

따라서 $f'(1)=4$ 이다.

[정답] ④

2. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도] 다항함수의 도함수를 구하고 특정 지점에서의 미분계수와 함숫값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 함수 $f(x)=x^2+4x+3$ 을 미분하면 $f'(x)=2x+4$ 이다.

따라서 $x=1$ 에서의 미분계수는 $f'(1)=2(1)+4=6$ 이다.

또한, $x=0$ 에서의 함숫값은 $f(0)=0^2+4(0)+3=3$ 이다.

구하는 값은 $f'(1)+f(0)=6+3=9$ 이다.

[정답] ⑤

3. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 미분계수의 정의를 이해하여 다항함수에 포함된 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

미분계수의 정의에 따라 주어진 극한값은 $f'(-1)$ 과 같다. 즉, $f'(-1)=7$ 이다.

함수 $f(x)=x^3+ax-1$ 의 도함수는 $f'(x)=3x^2+a$ 이다.

따라서 $f'(-1)=3(-1)^2+a=3+a$ 이므로, $3+a=7$ 에서 $a=4$ 이다.

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 극한으로 표현된 조건을 해석하여 미분계수를 구하고, 이를 활용하여 주어진 값을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이]

함수 $g(x)=(x^2-4x+3)f(x)=(x-1)(x-3)f(x)$ 이고, $f(x)$ 는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이다.

주어진 식의 첫 번째 항은

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-3)f(x)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-3)f(x)=-2f(1)$$

이다.

두 번째 항은

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)(x-3)f(x)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x-1)f(x)=2f(3)$$

이다.

따라서 주어진 조건은 $-2f(1)+2f(3)=20$ 이므로, 양변을 2로 나누면 $f(3)-f(1)=10$ 이다.

---

5. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

미분계수의 정의를 이용하여 이차함수의 식을 구하고, 함숫값을 계산할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

조건 (가)에서 $x\to 2$ 일 때 분모가 0 에 수렴하고 극한값이 존재하므로, 분자도 0 에 수렴해야 한다.

즉, $\lim_{x\to 2}(f(x)-5)=0$ 이므로 $f(2)=5$ 이다.

또한, 미분계수의 정의에 의해

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$$

이므로 $f'(2)=3$ 이다.

$f(x)$ 는 이차함수이므로 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$)라 하면, 도함수는 $f'(x)=2ax+b$ 이다.

조건 (나)에서 $f'(0)=7$ 이므로 $b=7$ 이다.

$f'(2)=3$ 이므로 $2a(2)+b=4a+7=3$ 에서 $4a=-4$, 즉 $a=-1$ 이다.

따라서 $f(x)=-x^2+7x+c$ 이다.

$f(2)=5$ 이므로 $f(2)=-2^2+7(2)+c=-4+14+c=10+c=5$ 이다.

따라서 $c=-5$ 이다.

그러므로 함수 $f(x)=-x^2+7x-5$ 이다.

구하는 값은 $f(1)=-1^2+7(1)-5=-1+7-5=1$ 이다.

© 2026 MathGenix · 무단 복제·배포·재가공 금지 · https://mathgenix.net · Page 2

6. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도]

미분계수의 정의를 이해하고, 곱의 미분법을 이용하여 미분계수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 극한 조건

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{x-2}=5$$

에서 $x\to 2$ 일 때 분모가 0 에 수렴하고 극한값이 존재하므로 분자도 0 에 수렴해야 한다.

따라서 $\lim_{x\to 2}(f(x)-3)=0$ 이므로 $f(2)=3$ 이다.

또한, 미분계수의 정의에 의해

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$$

이므로 $f'(2)=5$ 이다.

함수 $g(x)=(x^2+1)f(x)$ 를 곱의 미분법을 이용하여 미분하면

$g'(x)=(2x)f(x)+(x^2+1)f'(x)$ 이다.

따라서 $g'(2)$ 의 값은 다음과 같다.

$g'(2)=(2\times 2)f(2)+(2^2+1)f'(2)=4f(2)+5f'(2)$

$g'(2)=4\times 3+5\times 5=12+25=37$

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

함수의 극한에서 $\frac{0}{0}$ 꼴의 부정형을 이해하고, 주어진 극한값을 이용하여 미정계수를 결정한 후 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 식에서 $x\to 2$ 일 때 분모가 0 으로 수렴하고 극한값이 존재하므로, 분자도 0 으로 수렴해야 한다.

즉, $\lim_{x\to 2}f(x)=0$ 이므로 $f(2)=0$ 이다.

$f(2)=2^2+2a+b=4+2a+b=0$ 에서 $b=-2a-4$ 이다.

이를 $f(x)$ 에 대입하면,

$f(x)=x^2+ax-2a-4=(x^2-4)+a(x-2)=(x-2)(x+2)+a(x-2)=(x-2)(x+2+a)$ 이다.

주어진 극한식에 대입하면,

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2+a)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+2+a)=4+a$$

이다.

극한값이 3 이므로 $4+a=3$ 에서 $a=-1$ 이다.

$a=-1$ 을 $b=-2a-4$ 에 대입하면 $b=-2(-1)-4=2-4=-2$ 이다.

따라서 $f(x)=x^2-x-2$ 이므로, $f(1)=1^2-1-2=-2$ 이다.

© 2026 MathGenix · 무단 복제·배포·재가공 금지 · https://mathgenix.net · Page 3

8. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도]

미분계수의 정의를 이용하여 함수의 극한값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 극한 식에 미분계수의 정의를 적용하기 위해 $f(2)$ 를 더하고 빼서 식을 변형합니다.

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(2+h)-f(2)\}-\{f(2-h)-f(2)\}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}-\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h)-f(2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h)-f(2)}{-h}$$

미분계수의 정의에 의해 위 식은 $f'(2)+f'(2)=2f'(2)$ 와 같습니다.

주어진 함수 $f(x)=x^3-4x^2+5$ 의 도함수는 $f'(x)=3x^2-8x$ 입니다.

$x=2$ 에서의 미분계수는 $f'(2)=3(2)^2-8(2)=12-16=-4$ 입니다.

따라서 구하고자 하는 극한값은 $2f'(2)=2\times(-4)=-8$ 입니다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ④

[간략 풀이]

[출제의도]

미분계수의 정의와 곱의 미분법을 종합적으로 이용하여 주어진 극한값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 조건

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-4}{x-1}=2$$

에서 극한값이 존재하고 $x\to 1$ 일 때 분모가 0 으로 수렴하므로 분자도 0 으로 수렴해야 한다.

따라서 $\lim_{x\to 1}(f(x)-4)=0$ 이므로 $f(1)=4$ 이다.

또한, 미분계수의 정의에 의해

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$$

이므로 $f'(1)=2$ 이다.

구하고자 하는 극한값은 다음과 같이 변형할 수 있다.

… 반복되는 후보 계산은 생략합니다. …

$x=1$ 을 대입하면

$g'(1)=2(1)f(1)+(1^2+1)f'(1)=2f(1)+2f'(1)$

$f(1)=4$ 와 $f'(1)=2$ 를 대입하면

$g'(1)=2(4)+2(2)=8+4=12$

따라서 구하는 극한값은 $2g'(1) = 2 \times 12 = 24$ 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: 63

[출제의도]

도함수를 활용하여 주어진 조건을 만족하는 함수의 그래프 개형을 추론하고, 유일성 조건을 통해 특정 지점에서의 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $h(t)$ 는 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수입니다. 함수 $g(x)$ 는 구간 $(-\infty, 2]$ 에서 정의되고 $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ 이므로, $h(t)$ 가 오직 한 점에서만 불연속이 되려면 함수 $g(x)$ 는 이 구간에서 단조증가해야 합니다. 만약 $g(x)$ 가 극값을 가지면 불연속점이 두 개 이상 생기기 때문입니다.

$g(x)$ 를 미분하면 $g'(x) = f'(x) + \frac{1}{\sqrt{4-2x}}$ 입니다. $\lim_{x \to 2^-} g'(x) = \infty$ 이므로 $g(x)$ 는 $x = 2$ 근방에서 증가합니다. 따라서 $g(x)$ 가 단조증가하기 위해서는 모든 $x < 2$ 에 대하여 $g'(x) \geq 0$ 이어야 합니다.

문제의 함수 $f(x)$ 가 유일하게 결정되려면, $g'(x)$ 의 최솟값이 0이 되는 경계 조건을 만족해야 합니다. $g'(x)$ 의 최솟값이 0이 되는 점의 x 좌표를 s 라 하면, $g'(s) = 0$ 이고 $g''(s) = 0$ 이어야 합니다.

(1) $g'(s) = f'(s) + \frac{1}{\sqrt{4-2s}} = 0 \Rightarrow f'(s) = -\frac{1}{\sqrt{4-2s}}$

(2) $g''(s) = f''(s) + \frac{1}{(4-2s)^{3/2}} = 0 \Rightarrow f''(s) = -\frac{1}{(4-2s)^{3/2}}$

주어진 조건 $f(0) = 2$ 를 이용하여 $s = 0$ 일 가능성을 확인합니다.

$s = 0$ 을 대입하면, $f'(0) = -\frac{1}{\sqrt{4}} = -\frac{1}{2}$ 이고, $f''(0) = -\frac{1}{4^{3/2}} = -\frac{1}{8}$ 입니다.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 를 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면, $f(0) = 2$ 이므로 $c = 2$ 입니다.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 에서 $f'(0) = b = -\frac{1}{2}$ 입니다.

$f''(x) = 6x + 2a$ 에서 $f''(0) = 2a = -\frac{1}{8}$, 즉 $a = -\frac{1}{16}$ 입니다.

따라서 $f(x) = x^3 - \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{2}x + 2$ 로 유일하게 결정됩니다. 이때 $g'(x)$ 는 $x = 0$ 에서 최솟값 0을 가지므로 문제의 모든 조건을 만족합니다.

구하는 값은 $f(4)$ 입니다.

$f(4) = 4^3 - \frac{1}{16}(4^2) - \frac{1}{2}(4) + 2 = 64 - 1 - 2 + 2 = 63$.
