매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(하) · 명제 · 11월 1주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고1-11-01-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	③	③	③	③	④	③	③	②	③

1. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 명제의 대우와 삼단논법을 이용하여 진리집합 사이의 포함 관계를 추론할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

명제 $p \to \sim q$ 가 참이므로 진리집합 사이의 포함 관계는 $P \subset Q^c$ 입니다.

명제 $\sim r \to q$ 가 참이므로 그 대우인 $\sim q \to r$ 도 참입니다. 따라서 진리집합 사이의 포함 관계는 $Q^c \subset R$ 입니다.

두 관계 $P \subset Q^c$ 이고 $Q^c \subset R$ 이므로, 삼단논법에 의해 $P \subset R$ 이 성립합니다.

[정답] ①

2. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 충분조건의 정의를 이해하고 진리집합의 포함 관계를 통해 미지수의 범위를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건 p 의 진리집합 P 는 $x^2 - 4 = 0$ 의 해이므로 $P = \{-2, 2\}$ 이다.

조건 q 의 진리집합 Q 는 $Q = \{x | x < a\}$ 이다.

명제 'p 이면 q 이다'가 참이 되려면 진리집합 사이에 $P \subset Q$ 관계가 성립해야 한다.

따라서 집합 P 의 모든 원소인 -2 와 2 가 집합 Q 에 속해야 하므로, $-2 < a$ 이고 $2 < a$ 여야 한다.

두 부등식을 동시에 만족시키는 a 의 범위는 $a > 2$ 이다.

따라서 이 범위를 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 3이다.

[정답] ③

3. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 언어적 표현을 대수적 관계로 변환하고, 곱셈 공식을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건 (가)에 의해 $(a-2)(b-2) = 0$ 이 성립한다.

이 식을 전개하면 $ab - 2(a+b) + 4 = 0$ 이다.

조건 (나)에서 $a + b = 5$ 이므로, 이를 대입하면 $ab - 2(5) + 4 = 0$ 이 되어 $ab = 6$ 임을 알 수 있다.

따라서 곱셈 공식의 변형을 이용하면 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 5^2 - 2(6) = 25 - 12 = 13$ 이다.

[정답] ③

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 집합의 연산 법칙을 이용하여 집합의 포함 관계를 파악하고, 이를 명제의 참-거짓 판별에 적용할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

(가) 조건 $Q - P^C = Q$ 에서, 차집합의 성질에 의해 $Q \cap (P^C)^C = Q$ 이므로 $Q \cap P = Q$ 이다. 이는 $Q \subset P$ 를 의미한다.

(나) 조건 $P \cup R = P$ 에서, 합집합의 성질에 의해 $R \subset P$ 임을 알 수 있다.

(가), (나)에서 얻은 집합의 포함 관계를 명제로 변환하면 다음과 같다.

$Q \subset P$ 이므로 명제 $q \to p$ 는 항상 참이다.

$R \subset P$ 이므로 명제 $r \to p$ 는 항상 참이다.

주어진 명제 $q \to p$ 가 참이므로, 그 대우인 $\neg p \to \neg q$ 역시 항상 참이다.

[정답] ③

---

5. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 부등식과 수의 홀짝 성질을 동시에 만족시키는 순서쌍의 개수를 체계적으로 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

핵심 조건 정리 → 주사위의 눈의 수 a, b ($1 \le a, b \le 6$)에 대해 $a^2 + b \le 12$ 이고, $a + b$ 가 홀수여야 한다. $a + b$ 가 홀수라는 것은 a, b 의 홀짝이 서로 다르다는 의미이다.

필요한 식 전개 → a 의 값을 기준으로 경우를 나눈다.

$a = 1$ (홀수)일 때: $1 + b \le 12 \Rightarrow b \le 11$ 이다. b 는 짝수여야 하므로 가능한 b 는 $2, 4, 6$ (3개)이다.

$a = 2$ (짝수)일 때: $4 + b \le 12 \Rightarrow b \le 8$ 이다. b 는 홀수여야 하므로 가능한 b 는 $1, 3, 5$ (3개)이다.

$a = 3$ (홀수)일 때: $9 + b \le 12 \Rightarrow b \le 3$ 이다. b 는 짝수여야 하므로 가능한 b 는 2 (1개)이다.

$a \ge 4$ 일 때: $a^2 \ge 16$ 이므로 $a^2 + b > 12$ 가 되어 조건을 만족하는 b 가 없다.

정답 도출 → 모든 경우의 수를 더하면 구하는 순서쌍의 개수는 $3 + 3 + 1 = 7$ 이다.

---

6. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 명제의 참, 거짓을 진리집합의 포함 관계로 이해하고, 이를 활용하여 최소공배수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 이다.

조건 p 의 진리집합은 $P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이다.

조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c = U - P = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이다.

명제 '$\sim p$ 이면 q 이다.'가 참이 되려면 $P^c \subset Q$ 가 성립해야 한다.

즉, 집합 P^c 의 모든 원소 $\{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 는 자연수 k 의 약수가 되어야 한다.

따라서 k 는 $1, 4, 6, 8, 9, 10, 12$ 의 공배수이다.

이러한 자연수 k 의 최솟값은 $1, 4, 6, 8, 9, 10, 12$ 의 최소공배수이다.

각 수를 소인수분해하면 다음과 같다.

$4 = 2^2 6 = 2 \times 38 = 2^3 9 = 3^2 10 = 2 \times 512 = 2^2 \times 3$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$ 이다.

[정답] ④

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[간략 풀이]

[출제의도] 일대일대응의 정의와 합성함수, 역함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 f 는 집합 $X=\{1,2,3,4\}$ 에서의 일대일대응이다.

조건 (가)에서 $f(1)=3$ 이다.

조건 (나)에서 $(f\circ f)(3)=f(f(3))=1$ 이다.

f 가 일대일대응이고 $f(1)=3$ 이므로, $f(3)\neq 3$ 이다.

또한 $f(f(3))=1$ 이므로 $f(3)\neq 1$ 이다. (만약 $f(3)=1$ 이면 $f(1)=1$ 이 되어 $f(1)=3$ 에 모순)

… 반복되는 후보 계산은 생략합니다. …

함수 f 가 일대일대응이므로 남은 원소의 대응은 $f(2)=2$ 이다.

이 경우 $f(2)=2$ 이고, $f(2)=2$ 이므로 $f^{-1}(2)=2$ 이다.

따라서 $f(2)+f^{-1}(2)=2+2=4$ 이다.

두 경우 모두 $f(2)+f^{-1}(2)$ 의 값은 4로 일정하다.

[정답] ③

---

8. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

절댓값을 포함한 부등식과 명제의 참, 거짓을 진리집합의 포함 관계로 연결하여 문제를 해결할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

조건 q 에서 $|x-1|\le 5$ 이므로, $-5\le x-1\le 5$

즉, $-4\le x\le 6$ 이므로 $Q=\{x|-4\le x\le 6\}$ 이다.

명제 'p 이면 q 이다'가 참이 되기 위해서는 $P\subset Q$ 가 성립해야 한다.

$P=\{x|a-1\le x\le a+2\}$ 이므로, $P\subset Q$ 가 성립하려면 다음 두 조건이 모두 만족되어야 한다.

1) $a-1\ge -4$

2) $a+2\le 6$

첫 번째 부등식에서 $a\ge -3$ 이고, 두 번째 부등식에서 $a\le 4$ 이다.

따라서, a 의 값의 범위는 $-3\le a\le 4$ 이다.

이 범위를 만족시키는 정수 a 는 $-3,\ -2,\ -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 이다.

모든 정수 a 의 값의 합은 $(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4=4$ 이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

충분조건이 성립하기 위한 진리집합의 포함 관계를 이해하고, 이를 이용하여 미지수의 값의 범위를 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

조건 p 에서 $|x-2|\le a$ 이므로, $-a\le x-2\le a$ 이다. 따라서 $P=\{x|2-a\le x\le 2+a\}$ 이다.

조건 q 에서 $x^2-2x-8\le 0$ 이므로, $(x+2)(x-4)\le 0$ 이다. 따라서 $Q=\{x|-2\le x\le 4\}$ 이다.

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되려면 명제 $p\longrightarrow q$ 가 참이어야 하므로, 진리집합 사이의 포함 관계는 $P\subseteq Q$ 이어야 한다.

따라서 구간 $[2-a, 2+a]$ 가 구간 $[-2, 4]$ 에 포함되어야 하므로,

$2-a \geq -2$ 이고 $2+a \leq 4$ 이어야 한다.

$2-a \geq -2$ 에서 $a \leq 4$ 이다.

$2+a \leq 4$ 에서 $a \leq 2$ 이다.

두 부등식을 동시에 만족시키는 a 의 범위는 $a \leq 2$ 이다.

문제에서 양수 a 의 최댓값을 구하라고 하였으므로, a 의 최댓값은 2 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ③

[간략 풀이]

[출제의도]

명제의 필요조건과 진리집합의 포함 관계를 이해하고, 이차부등식과 절댓값 부등식을 풀어 미지수의 범위를 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

조건 p 의 진리집합을 P , 조건 q 의 진리집합을 Q 라 하자.

조건 p 에서 $x^2-4x-5<0$ 을 풀면 $(x-5)(x+1)<0$ 이므로, $-1<x<5$ 이다.

따라서 $P=\{x \mid -1<x<5\}$ 이다.

조건 $\sim p$ 의 진리집합은 P 의 여집합이므로, $\sim P=\{x \mid x \leq -1$ 또는 $x \geq 5\}$ 이다.

… 반복되는 후보 계산은 생략합니다. …

(ii) 구간 $[a-1, a+1]$ 이 $[5, \infty)$ 에 포함될 경우:

$a-1 \geq 5$ 이어야 하므로, $a \geq 6$ 이다.

(i), (ii)에 의해 정수 a 의 값의 범위는 $a \leq -2$ 또는 $a \geq 6$ 이다.

주어진 조건에 따라 양수인 a 의 최솟값은 $m=6$ 이고, 음수인 a 의 최댓값은 $M=-2$ 이다.

따라서 $m-M=6-(-2)=8$ 이다.
