# 매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(하) · 명제 · 10월 4주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고1-10-04-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

## 빠른 정답

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ③ | ③ | ③ | ③ | ① | ⑤ | ③ | ④ | ④ | ② |

---

## 1. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 절대값을 포함한 부등식의 해와 두 조건의 진리집합 사이의 포함 관계를 이용하여 충분조건이 성립하도록 하는 미지수의 값을 구할 수 있는지를 묻는다.

[풀이]

조건 $p$ 의 진리집합 $P$ 는 $|x-1| \le a$ 로부터 $-a \le x-1 \le a$ , 즉 $1-a \le x \le 1+a$ 이다.

따라서 $P=\{x|1-a \le x \le 1+a\}$ 이다.

조건 $q$ 의 진리집합 $Q$ 는 $Q=\{x|-6 \le x \le 8\}$ 이다.

$p$ 가 $q$ 이기 위한 충분조건이 되려면 진리집합 사이에 $P \subset Q$ 관계가 성립해야 한다.

이는 수직선 위에서 구간 $[1-a, 1+a]$ 가 구간 $[-6, 8]$ 에 완전히 포함되는 것과 같다.

따라서 다음 두 부등식이 동시에 성립해야 한다.

1) $1-a \ge -6$

2) $1+a \le 8$

첫 번째 부등식 $1-a \ge -6$ 에서 $a \le 7$ 을 얻는다.

두 번째 부등식 $1+a \le 8$ 에서 $a \le 7$ 을 얻는다.

두 조건을 모두 만족하는 자연수 $a$ 의 범위는 $1 \le a \le 7$ 이다.

따라서 자연수 $a$ 의 최댓값은 $7$ 이다.

[정답] ③

---

## 2. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 진리집합의 포함관계를 이용하여 충분조건이 성립하기 위한 상수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 조건 $p, q$ 의 진리집합을 각각 $P, Q$ 라 하면 $P=\{5\}$ , $Q=\{10-a\}$ 이다.

$p$ 가 $q$ 이기 위한 충분조건이 되려면 명제 $p \to q$ 가 참이어야 하므로, 진리집합은 $P \subset Q$ 관계를 만족해야 한다.

따라서 $5 \in Q$ 이어야 하므로, $5=10-a$ 가 성립한다.

그러므로 구하는 상수 $a$ 의 값은 $a=10-5=5$ 이다.

[정답] ③

---

## 3. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 충분조건의 정의를 이해하고 진리집합의 포함 관계를 통해 미지수의 범위를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건 $p$ 의 진리집합 $P$ 는 $x^2-4=0$ 의 해이므로 $P=\{-2,2\}$ 이다.

조건 $q$ 의 진리집합 $Q$ 는 $Q=\{x|x<a\}$ 이다.

명제 '$p$ 이면 $q$ 이다'가 참이 되려면 진리집합 사이에 $P\subset Q$ 관계가 성립해야 한다.

따라서 집합 $P$ 의 모든 원소인 $-2$ 와 $2$ 가 집합 $Q$ 에 속해야 하므로, $-2<a$ 이고 $2<a$ 여야 한다.

두 부등식을 동시에 만족시키는 $a$ 의 범위는 $a>2$ 이다.

따라서 이 범위를 만족하는 자연수 $a$ 의 최솟값은 3이다.

[정답] ③

---

## 4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

조건을 만족시키는 진리집합의 포함관계를 이용하여 명제가 참이 될 조건을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 조건 $p, q$ 의 진리집합을 각각 $P, Q$ 라 하자.

조건 $q$ 에서 $x^2-6x+8=0$ 을 풀면 $(x-2)(x-4)=0$ 이므로, $x=2$ 또는 $x=4$ 이다.

따라서, 진리집합 $Q=\{2,4\}$ 이다.

명제 $p\to q$ 가 참이 되기 위해서는 $P\subset Q$ 이어야 한다.

조건 $p$ 의 진리집합은 $P=\{a\}$ 이므로, $\{a\}\subset\{2,4\}$ 가 성립해야 한다.

이를 만족시키는 상수 $a$ 의 값은 $2$ 또는 $4$ 이다.

따라서 모든 상수 $a$ 의 값의 합은 $2+4=6$ 이다.

---

## 5. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 명제의 대우와 삼단논법을 이용하여 진리집합 사이의 포함 관계를 추론할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

명제 $p\to\sim q$ 가 참이므로 진리집합 사이의 포함 관계는 $P\subset Q^c$ 입니다.

명제 $\sim r\to q$ 가 참이므로 그 대우인 $\sim q\to r$ 도 참입니다. 따라서 진리집합 사이의 포함 관계는 $Q^c\subset R$ 입니다.

두 관계 $P\subset Q^c$ 이고 $Q^c\subset R$ 이므로, 삼단논법에 의해 $P\subset R$ 이 성립합니다.

[정답] ①

---

## 6. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도] 충분조건의 의미를 이해하여 진리집합의 포함관계를 통해 미지수의 값을 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

$p$ 가 $q$ 이기 위한 충분조건이 되려면 조건 $p$ 의 진리집합이 조건 $q$ 의 진리집합에 포함되어야 한다.

따라서 $x=3$ 은 이차방정식 $x^2-kx+6=0$ 의 근이어야 한다.

$x=3$ 을 방정식에 대입하면, $3^2-k(3)+6=0$ 이다.

$9-3k+6=015=3k$

, 따라서 $k=5$ 이다.

[정답] ⑤

---

## 7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 언어적 표현을 대수적 관계로 변환하고, 곱셈 공식을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건 (가)에 의해 $(a-2)(b-2)=0$ 이 성립한다.

이 식을 전개하면 $ab-2(a+b)+4=0$ 이다.

조건 (나)에서 $a+b=5$ 이므로, 이를 대입하면 $ab-2(5)+4=0$ 이 되어 $ab=6$ 임을 알 수 있다.

따라서 곱셈 공식의 변형을 이용하면 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2(6)=25-12=13$ 이다.

[정답] ③

---

## 8. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

주어진 명제의 부정을 구하고, 모든 실수에 대해 성립하는 이차부등식의 조건을 이용하여 미지수의 범위를 찾을 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 명제 '모든 실수 $x$ 에 대하여 $x^2-6x+k\geq 0$ '의 부정은 '어떤 실수 $x$ 에 대하여 $x^2-6x+k<0$ '이다.

이 부정이 참이 되려면, 이차함수 $y=x^2-6x+k$ 의 그래프가 $x$ 축보다 아래에 있는 부분이 존재해야 한다.

이는 이차방정식 $x^2-6x+k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 함을 의미하므로, 판별식 $D$ 가 $0$ 보다 커야 한다.

판별식을 적용하면,

$D/4=(-3)^2-1\cdot k>0$

$9-k>0$

$k<9$

따라서 이를 만족시키는 자연수 $k$ 는 $1,2,3,4,5,6,7,8$ 로 총 8개이다.

---

## 9. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 명제의 참, 거짓을 진리집합의 포함 관계로 이해하고, 이를 활용하여 최소공배수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 조건 $p, q$ 의 진리집합을 각각 $P, Q$ 라 하자.

전체집합 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ 이다.

조건 $p$ 의 진리집합은 $P=\{2,3,5,7,11\}$ 이다.

조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c=U-P=\{1,4,6,8,9,10,12\}$ 이다.

명제 ' $\sim p$ 이면 $q$ 이다.'가 참이 되려면 $P^c\subset Q$ 가 성립해야 한다.

즉, 집합 $P^c$ 의 모든 원소 $\{1,4,6,8,9,10,12\}$ 는 자연수 $k$ 의 약수가 되어야 한다.

따라서 $k$ 는 $1,4,6,8,9,10,12$ 의 공배수이다.

이러한 자연수 $k$ 의 최솟값은 $1,4,6,8,9,10,12$ 의 최소공배수이다.

각 수를 소인수분해하면 다음과 같다.

$4=2^2 6=2\times 38=2^3 9=3^2 10=2\times 512=2^2\times 3$

따라서 최소공배수는 $2^3\times 3^2\times 5=8\times 9\times 5=360$ 이다.

[정답] ④

## 10. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

충분조건이 성립하기 위한 진리집합의 포함 관계를 이해하고, 이를 이용하여 미지수의 값의 범위를 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 조건 $p, q$ 의 진리집합을 각각 $P, Q$ 라 하자.

조건 $p$ 에서 $|x-2| \le a$ 이므로, $-a \le x-2 \le a$ 이다. 따라서 $P = \{x | 2-a \le x \le 2+a\}$ 이다.

조건 $q$ 에서 $x^2 - 2x - 8 \le 0$ 이므로, $(x+2)(x-4) \le 0$ 이다. 따라서 $Q = \{x | -2 \le x \le 4\}$ 이다.

$p$ 가 $q$ 이기 위한 충분조건이 되려면 명제 $p \longrightarrow q$ 가 참이어야 하므로, 진리집합 사이의 포함 관계는 $P \subseteq Q$ 이어야 한다.

따라서 구간 $[2-a, 2+a]$ 가 구간 $[-2, 4]$ 에 포함되어야 하므로,

$2-a \ge -2$ 이고 $2+a \le 4$ 이어야 한다.

$2-a \ge -2$ 에서 $a \le 4$ 이다.

$2+a \le 4$ 에서 $a \le 2$ 이다.

두 부등식을 동시에 만족시키는 $a$ 의 범위는 $a \le 2$ 이다.

문제에서 양수 $a$ 의 최댓값을 구하라고 하였으므로, $a$ 의 최댓값은 $2$ 이다.