매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(하) · 집합의 연산 · 10월 3주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고1-10-03-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
③	④	⑤	④	②	③	②	③	③	③

---

1. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

주어진 두 집합의 합집합을 구하고, 그 원소의 개수를 계산할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 집합 $A=\{2,4,6,8\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ 의 합집합은 모든 원소를 중복 없이 나열한 집합이므로 $A\cup B=\{1,2,3,4,6,8\}$ 이다.

따라서 집합 $A\cup B$ 의 원소의 개수는 6 이다.

---

2. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

두 집합의 차집합을 구할 수 있고, 그 집합의 모든 원소의 합을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 두 집합은 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{1,3,6\}$ 입니다.

집합 $A-B$ 는 집합 A 에 속하지만 집합 B 에는 속하지 않는 원소들의 집합이므로, 공통 원소인 $1,3$ 을 집합 A 에서 제외하면 됩니다.

따라서 $A-B=\{2,4,5\}$ 이므로, 이 집합의 모든 원소의 합은 $2+4+5=11$ 입니다.

---

3. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도] 두 집합의 합집합의 정의를 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

두 집합의 합집합 $A\cup B=\{a-3,5\}\cup\{2,a,7\}=\{2,4,5,7\}$ 이다.

합집합의 원소를 비교하면, 두 집합 A 와 B 의 원소들을 모두 모은 집합에 원소 4가 포함되어야 한다.

원소 4는 $a-3$ 또는 a 중 하나여야 한다.

(i) $a-3=4$ 일 경우, $a=7$ 이다. 이때 $A=\{4,5\}$, $B=\{2,7,7\}=\{2,7\}$ 이므로 $A\cup B=\{2,4,5,7\}$ 이 되어 주어진 조건을 만족한다.

(ii) $a=4$ 일 경우, $A=\{1,5\}$, $B=\{2,4,7\}$ 이므로 $A\cup B=\{1,2,4,5,7\}$ 이 되어 주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는 상수 a 의 값은 7이다.

---

4. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 확률의 덧셈정리를 이용하여 기본적인 확률을 계산할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

음악 동아리에 가입한 학생을 선택하는 사건을 A , 미술 동아리에 가입한 학생을 선택하는 사건을 B 라 하자.

주어진 조건에 따라 $P(A)=\frac{12}{20}$, $P(B)=\frac{9}{20}$, $P(A\cap B)=\frac{5}{20}$ 이다.

구하는 확률은 음악 동아리 또는 미술 동아리에 가입한 학생일 확률이므로 $P(A\cup B)$ 이다.

확률의 덧셈정리에 의하여

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{12}{20}+\frac{9}{20}-\frac{5}{20}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$$

[정답] ④

---

5. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 독립사건의 정의와 여사건의 확률을 이용하여 기본적인 확률값을 계산할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

두 사건 A , B 가 서로 독립이면 두 사건 A^C , B^C 도 서로 독립이다.

따라서 $P(A^C\cap B^C)=P(A^C)P(B^C)$ 이다.

$P(A^C)=1-P(A)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}P(B^C)=1-P(B)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

그러므로 $P(A^C\cap B^C)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$ 이다.

[정답] ②

---

6. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 조합의 수를 계산하고, 특정 조건을 만족하는 경우의 수를 여사건의 원리를 이용하여 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

전체 경우의 수는 서로 다른 7개의 동아리 중에서 3개를 선택하는 경우의 수이므로 ${}_7C_3$ 이다.

$${}_7C_3=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$$

'동아리 A 와 B 가 함께 선택되지 않도록 하는 경우'의 수는 전체 경우의 수에서 '동아리 A 와 B 가 모두 함께 선택되는 경우'의 수를 빼서 구할 수 있다.

동아리 A 와 B 가 모두 함께 선택되는 경우는, A 와 B 를 이미 선택한 상태에서 나머지 $7-2=5$ 개의 동아리 중에서 1개의 동아리를 추가로 선택하는 경우와 같다.

이 경우의 수는 ${}_5C_1=5$ 이다.

따라서 구하는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 A 와 B 가 함께 선택되는 경우의 수를 뺀 값이므로,

$35-5=30$ 이다.

[정답]

③

매쓰제닉 수학(하) 기출 지시문 · 고1 · 집합의 연

7. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 새롭게 정의된 집합의 연산을 이해하고, 집합의 연산 법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 연산 ★ 의 정의는 대칭차집합과 같습니다.

$A★B=(A\cap B^c)\cup(A^c\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$

구하고자 하는 식 $(A★B)★A$ 를 연산 법칙을 이용하여 간단히 합니다.

$X=A★B$ 라 하면, 구하는 식은 $X★A$ 입니다.

$X★A=(X-A)\cup(A-X)$

먼저 $X-A$ 와 $A-X$ 를 각각 계산합니다.

$$X-A=((A-B)\cup(B-A))-A=((A-B)-A)\cup((B-A)-A)=\emptyset\cup(B-A)=B-A\quad A-X=A-((A-B)\cup(B-A))=(A-(A-B))\cap(A-(B-A))=(A\cap B)\cap A=A\cap B$$

따라서,

$(A★B)★A=(X-A)\cup(A-X)=(B-A)\cup(A\cap B)=(B\cap A^c)\cup(A\cap B)=(B\cap A^c)\cup(B\cap A)=B\cap(A^c\cup A)=B\cap U=B$

그러므로 항상 같은 집합은 B 입니다.

[정답] ②

---

8. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 새롭게 정의된 집합의 조건을 이해하고, 조건에 맞는 원소를 중복 없이 찾아 그 합을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건 $\frac{b}{a}$ 가 자연수라는 것은 b 가 a 의 배수임을 의미한다. 각 $a\in A$ 에 대하여 조건을 만족하는 $b\in B$ 를 찾고 $a+b$ 를 구한다.

(i) $a=1$ 일 때: b 는 1의 배수이므로, $b\in\{2,3,4,6,8\}$ 이다.

이때 $a+b$ 의 값은 $1+2=3, 1+3=4, 1+4=5, 1+6=7, 1+8=9$ 이다.

(ii) $a=2$ 일 때: b 는 2의 배수이므로, $b\in\{2,4,6,8\}$ 이다.

이때 $a+b$ 의 값은 $2+2=4, 2+4=6, 2+6=8, 2+8=10$ 이다.

(iii) $a=4$ 일 때: b 는 4의 배수이므로, $b\in\{4,8\}$ 이다.

이때 $a+b$ 의 값은 $4+4=8, 4+8=12$ 이다.

(i), (ii), (iii)에서 집합 X 의 원소를 중복 없이 모두 나열하면

$X=\{3,4,5,6,7,8,9,10,12\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 모든 원소의 합은 $3+4+5+6+7+8+9+10+12=64$ 이다.

[정답] ③

---

9. 정답 및 풀이

정답: ③

[간략 풀이]

[출제의도]

집합의 연산과 함수의 그래프 개형을 연결하여 주어진 조건을 만족하는 함수를 추론하고, 추가적인 조건을 이용하여 함수를 결정한 후 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $y=F(x)$ 와 직선 $y=t$ 의 교점의 개수는 t 가 함수 $F(x)$ 의 극값이 될 때 변하므로, 함수 $h_F(t)$ 가 불연속인 t 의 값의 집합은 $F(x)$

의 극값의 집합과 같다.
따라서 S_f 는 $f(x)$ 의 극값의 집합이고, S_g 는 $g(x)$ 의 극값의 집합이다.
최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가지므로 $n(S_f)=2$ 이고, 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 는 최댓값(극값)을 가지므로 $n(S_g)=1$ 이다.
조건 $S_f \cup S_g = \{0,3,4\}$ 와 $S_f - S_g = \{0,4\}$ 에서,
… 반복되는 후보 계산은 생략합니다. …
- $p=-2$ 이면 $g'(x)=-2(x+2)$. $L'(x)=3x^2-10x+13$. $D/4=25-39<0$. 이 경우만 $D<0$ 이므로 조건을 만족한다.
따라서 $f(x)=x^3-6x^2+9x$ 이고 $g(x)=-(x+2)^2+3$ 이다.
$f(4)=4^3-6(4^2)+9(4)=64-96+36=4$.
$g(4)=-(4+2)^2+3=-36+3=-33$.
$f(4)+g(4)=4+(-33)=-29$.

10. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

중복순열의 수를 구하고, 포함 배제의 원리를 이용하여 특정 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

4개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 총개수는 중복순열의 수와 같으므로 $4\Pi4=4^4=256$ 이다.

사건 A 를 숫자 1을 포함하지 않는 경우, 사건 B 를 숫자 2를 포함하지 않는 경우라 하자.
우리가 구하려는 경우는 전체 경우의 수에서 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수, 즉 $|A\cup B|$ 를 뺀 것과 같다.

숫자 1을 포함하지 않는 네 자리 자연수의 개수는 2, 3, 4 세 개의 숫자로 만드는 중복순열의 수이므로 $|A|=3\Pi4=3^4=81$ 이다.
숫자 2를 포함하지 않는 네 자리 자연수의 개수는 1, 3, 4 세 개의 숫자로 만드는 중복순열의 수이므로 $|B|=3\Pi4=3^4=81$ 이다.
숫자 1과 2를 모두 포함하지 않는 네 자리 자연수의 개수는 3, 4 두 개의 숫자로 만드는 중복순열의 수이므로 $|A\cap B|=2\Pi4=2^4=16$ 이다.

포함 배제의 원리에 의해 $|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|=81+81-16=146$ 이다.
따라서 숫자 1과 2를 모두 포함하는 자연수의 개수는 전체 경우의 수에서 $|A\cup B|$ 를 뺀 값이므로 $256-146=110$ 이다.