MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사 대비 시험 03 정답 및 풀이

ID : MG-H2-2610-03-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
③	②	④	④	④	①	③	④	②	④

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
④	②	②	②	③	②	③	③	③	③

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
③	1	30	4	18	6	4	5	②	352

---

1. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 거듭제곱근을 유리수 지수로 바꾸고 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산할 수 있다.

[풀이] 주어진 식의 밑을 3으로 통일하여 지수법칙을 적용한다.

$(\sqrt[4]{27})^2 = (27^{\frac{1}{4}})^2 = ((3^3)^{\frac{1}{4}})^2 = 3^{3\times\frac{1}{4}\times 2} = 3^{\frac{3}{2}}$ 이다.

따라서 주어진 식은 $3^{\frac{3}{2}} \div 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = 3^1 = 3$ 이다.

---

2. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 다항함수의 도함수를 계산하고 주어진 미분계수 값을 이용하여 함수의 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 함수 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 3$ 을 미분하면 $f'(x) = 6x^2 - 2ax$ 이다. 조건 $f'(-1) = 10$ 에 따라 도함수에 $x = -1$ 을 대입하면 $f'(-1) = 6(-1)^2 - 2a(-1) = 6 + 2a$ 이다. 따라서 $6 + 2a = 10$ 이므로 $2a = 4$, 즉 $a = 2$ 이다.

---

3. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 유한집합의 원소의 개수와 부분집합의 개수 사이의 관계를 이용하여 원소의 개수를 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이] 집합 A 의 원소의 개수를 n 이라 하면, 부분집합의 개수는 2^n 이다. 문제의 조건에 따라 $2^n = 32$ 이다. $32 = 2^5$ 이므로 $n = 5$ 이다.

따라서 집합 A 의 원소의 개수는 5이다.

---

4. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 구간별로 다르게 정의된 함수의 우극한과 함숫값을 구하고 그 합을 계산할 수 있다.

[풀이]

주어진 함수 $f(x)$ 에 대하여 x 가 0 보다 큰 쪽에서 0 으로 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 는 $-x+1$ 에 따라 정의되므로 우극한 값은 다음과 같다.

$\lim_{x\to 0+} f(x) = \lim_{x\to 0+} (-x+1) = 1$

함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 일 때 $f(x)=3$ 으로 정의되므로 함숫값은 다음과 같다.
$f(2)=3$

따라서 구하는 값은 두 결과를 더한 것이다.
$\lim_{x\to 0+} f(x)+f(2)=1+3=4$
그러므로 정답은 ④이다.

---

5. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 이차방정식의 근을 이용하여 주어진 구간에서 삼각방정식의 서로 다른 실근의 개수를 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이] 이차방정식 $4t^2-3t-1=0$ 을 인수분해하면 $(4t+1)(t-1)=0$ 이므로 두 실근은 $t=1$ 또는 $t=-\frac{1}{4}$ 이다. 따라서 주어진 문제는 $0\le x<4$ 에서 방정식 $\cos(\pi x)=1$ 또는 $\cos(\pi x)=-\frac{1}{4}$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하는 것과 같다. 함수 $y=\cos(\pi x)$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{|\pi|}=2$ 이다. 먼저, $0\le x<4$ 에서 방정식 $\cos(\pi x)=1$ 의 해는 $\pi x=0, 2\pi$ 이므로 $x=0, 2$ 로 2개이다. 다음으로,

$-1<-\frac{1}{4}<1$ 이므로, 한 주기인 구간 $[0,2)$ 에서 방정식 $\cos(\pi x)=-\frac{1}{4}$ 은 2개의 실근을 갖는다. 따라서 구간 $[0,4)$ 에는 총 $2\times 2=4$ 개의 실근이 존재한다. 두 경우의 해는 겹치지 않으므로, 구하는 서로 다른 모든 실수 x 의 총 개수는 $2+4=6$ 이다.

---

6. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 구간에 따라 다르게 정의된 함수가 실수 전체의 집합에서 연속이 될 조건을 이용하여 미정계수의 값을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x=2$ 에서 연속이어야 한다. 따라서 $x=2$ 에서의 좌극한과 우극한, 함숫값이 모두 같아야 한다.
$\lim_{x\to 2-} f(x)=f(2)=2^2+a(2)=4+2a$ 이고, $\lim_{x\to 2+} f(x)=-2(2)+a^2=-4+a^2$ 이다.
연속 조건에 의해 $4+2a=-4+a^2$ 이므로, $a^2-2a-8=0$ 이다.
이차방정식을 인수분해하면 $(a-4)(a+2)=0$ 이므로, $a=4$ 또는 $a=-2$ 이다.
따라서 모든 상수 a 의 값의 곱은 $4\times(-2)=-8$ 이다.

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

구간별로 정의된 함수가 특정 지점에서 미분가능할 조건을 이용하여 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하려면 먼저 $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

$x<1$ 일 때 $f(x)=x^3+ax$ 이고, $x\ge 1$ 일 때 $f(x)=bx^2-4x$ 이다.

$x=1$ 에서의 연속 조건에 따라
$\lim_{x\to 1-} f(x)=\lim_{x\to 1+} f(x)=f(1)$ 이다.

따라서 $1+a=b-4$ 이므로
$b-a=5$ 이다. … ①

또한 $x=1$ 에서 좌미분계수와 우미분계수가 같아야 한다.

$x<1$ 일 때 $f'(x)=3x^2+a$ 이고,
$x>1$ 일 때 $f'(x)=2bx-4$ 이다.

그러므로 $3+a=2b-4$ 이므로
$2b-a=7$

이다. … ②

②에서 ①을 빼면 $b=2$ 이다.
$b=2$ 를 ①에 대입하면 $a=-3$ 이다.

따라서 $a+b=-3+2=-1$ 이다.

정답은 ③이다.

---

8. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프의 관계를 이해하여 두 그래프의 교점이 특정 사분면에 존재할 조건을 파악하고 미지수의 범위를 구한다.

[풀이]

함수 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ 는 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 감소하는 감소함수이고, 함수 $g(x)=\log_3(x+a)$ 는 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 증가함수이다. 따라서 두 함수의 그래프는 최대 한 점에서 만난다.

두 그래프의 교점이 제1사분면에 존재하려면, 교점의 x 좌표가 0 보다 커야 한다. 감소함수와 증가함수의 교점의 x 좌표가 0 보다 크려면, $x=0$ 에서의 증가함수의 함숫값이 감소함수의 함숫값보다 작아야 한다. 즉, $g(0)<f(0)$ 이어야 한다.

$f(0)=\left(\frac{1}{3}\right)^{0-1}=3$ 이고, $g(0)=\log_3(0+a)=\log_3 a$ 이다. 따라서 $\log_3 a<3$ 이 성립해야 한다. 이 부등식을 풀면 $\log_3 a<\log_3 3^3$ 에서 $a<27$ 이다. a 는 자연수이므로 조건을 만족시키는 a 의 최댓값은 26 이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 주어진 등식을 간단히 하고, 삼각함수의 값을 구하는 문제입니다.

[풀이]

삼각함수의 성질에 의해 $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$ 이고 $\tan(2\pi-\theta)=-\tan\theta$ 이므로, 주어진 등식은 $4\sin\theta=-3\tan\theta$ 로 변형할 수 있습니다.

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ 이므로 $4\sin\theta=-3\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ 입니다. 문제의 조건에서 $\sin\theta\neq 0$ 이므로 양변을 $\sin\theta$ 로 나누면 $4=-\frac{3}{\cos\theta}$ 입니다.

따라서 $4\cos\theta=-3$ 이므로 $\cos\theta=-\frac{3}{4}$ 입니다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 등비수열의 합의 성질을 이용하여 수열의 첫째항과 공비를 구하고, 이를 통해 주어진 식의 값을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이] 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a_1 , 공비를 r 이라 하자. 주어진 조건은 $a_1+a_3+a_5=91$ 과 $a_2+a_4+a_6=-273$ 이다.

이 식들을 a_1 과 r 로 표현하면 $a_1(1+r^2+r^4)=91$ 이고 $a_1r(1+r^2+r^4)=-273$ 이다.

두 번째 식을 첫 번째 식으로 나누면 $\frac{a_1r(1+r^2+r^4)}{a_1(1+r^2+r^4)}=\frac{-273}{91}$ 이므로 $r=-3$ 이다.

$r=-3$ 을 $a_1(1+r^2+r^4)=91$ 에 대입하면 $a_1(1+9+81)=91a_1=91$ 이므로 $a_1=1$ 이다.

따라서 구하는 값은 $a_1-r=1-(-3)=4$ 이다.

---

11. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 등비수열의 일반항과 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 수열의 특정 항을 구한다.

[풀이]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하자. ($a>0, r>0, r\neq 1$)

조건 $a_1a_5=a_3$ 에서 $a\cdot(ar^4)=ar^2$ 이다. $a>0$ 이므로 양변을 a 로 나누고, $r>0$ 이므로 양변을 r^2 으로 나누면 $ar^2=1$, 즉 $a_3=1$ 이다.

조건 $a_2 + \frac{9}{a_2} = 10$ 의 양변에 a_2 를 곱하여 정리하면 $a_2^2 - 10a_2 + 9 = 0$ 이므로, $(a_2 - 1)(a_2 - 9) = 0$ 이다. 따라서 $a_2 = 1$ 또는 $a_2 = 9$ 이다.

공비 $r = \frac{a_3}{a_2}$ 인데, 만약 $a_2 = 1$ 이면 $r = \frac{1}{1} = 1$ 이 되어 $r \neq 1$ 이라는 조건에 맞지 않는다. 그러므로 $a_2 = 9$ 이고, 이때 공비는 $r = \frac{1}{9}$ 이다.

따라서 첫째항 $a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{9}{1/9} = 81$ 이다.

---

12. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 곡선과 직선의 교점의 좌표를 매개변수로 나타내고, 이를 이용하여 정의된 선분의 길이에 대한 함수의 극한값을 계산할 수 있다.

[풀이]

곡선 $y = x^3$ 과 직선 $y = tx$ 의 교점 P의 x 좌표를 구하기 위해 연립방정식 $x^3 = tx$ 를 푼다. $x(x^2 - t) = 0$ 이고 점 P는 제1사분면 위의 점이므로 $x > 0$ 이다. 따라서 $x = \sqrt{t}$ 이고, P의 좌표는 $(\sqrt{t}, t\sqrt{t})$ 이다.

원점 O(0,0)이므로 $\overline{OP} = \sqrt{(\sqrt{t})^2 + (t\sqrt{t})^2} = \sqrt{t + t^3} = \sqrt{t}\sqrt{1 + t^2}$ 이다. 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발 H의 좌표는 $(\sqrt{t}, 0)$ 이므로 $\overline{OH} = \sqrt{t}$ 이다.

구하는 극한값은 다음과 같다.

$$\lim_{t \to 0+} \frac{\overline{OP} - \overline{OH}}{t^{5/2}} = \lim_{t \to 0+} \frac{\sqrt{t}\sqrt{1+t^2} - \sqrt{t}}{t^{5/2}} = \lim_{t \to 0+} \frac{\sqrt{t}(\sqrt{1+t^2} - 1)}{t^{5/2}} = \lim_{t \to 0+} \frac{\sqrt{1+t^2} - 1}{t^2}$$

분자를 유리화하면,

$$= \lim_{t \to 0+} \frac{(\sqrt{1+t^2} - 1)(\sqrt{1+t^2} + 1)}{t^2(\sqrt{1+t^2} + 1)} = \lim_{t \to 0+} \frac{(1+t^2) - 1}{t^2(\sqrt{1+t^2} + 1)}$$

$$= \lim_{t \to 0+} \frac{t^2}{t^2(\sqrt{1+t^2} + 1)} = \lim_{t \to 0+} \frac{1}{\sqrt{1+t^2} + 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0} + 1} = \frac{1}{2}$$

따라서 극한값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

---

13. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 두 동경의 y축 대칭 조건을 이용하여 각을 구하고, 이를 직선 위의 점의 좌표를 구하는 데 적용할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

각 θ 와 5θ 를 나타내는 동경이 y축에 대하여 대칭이므로 $\theta + 5\theta = (2n+1)\pi$ (n은 정수)이다.

$6\theta = (2n+1)\pi$, 즉 $\theta = \frac{(2n+1)\pi}{6}$ 이다.

$0 < \theta < \pi$ 이므로 가능한 θ 의 값은 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6}$ 이다.

점 P의 x좌표는 0이 아니므로 $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ 이다.

점 P (x, y) 는 직선 $y = -\sqrt{3}x + 4$ 위의 점이고, 동경 OP의 기울기는 $\tan\theta$ 이므로 $y = x\tan\theta$ 이다.

두 식을 연립하면 $x\tan\theta = -\sqrt{3}x + 4$ 이다.

(i) $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때: $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 $\frac{1}{\sqrt{3}}x = -\sqrt{3}x + 4$ 에서 $4x = 4\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}$ 이다. 이때 $y = 1$ 이므로 $y > 0$ 조건을 만족한다.

(ii) $\theta = \frac{5\pi}{6}$ 일 때: $\tan\frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 $-\frac{1}{\sqrt{3}}x = -\sqrt{3}x + 4$ 에서 $2x = 4\sqrt{3}$, $x = 2\sqrt{3}$ 이다. 이때 $y = -2$ 이므로 $y > 0$ 조건에 맞지 않는다.

따라서 점 P의 x좌표는 $\sqrt{3}$ 이다.

---

14. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 거듭제곱근 중 실수인 것의 개수를 묻는 문제에 이차함수의 부호를 판별하는 요소를 결합하여 해결할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(n)$ 은 실수 $-n^2+10n-k$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수이다.

$n=3$ 은 홀수이므로 밑인 $-3^2+10(3)-k=21-k$ 의 값에 관계없이 $f(3)=1$ 이다.

주어진 등식 $f(2)+f(3)+f(6)=3$ 에 $f(3)=1$ 을 대입하면 $f(2)+f(6)=2$ 이다.

$n=2,6$ 은 짝수이므로, $f(2)$ 와 $f(6)$ 의 값은 각각 $-2^2+10(2)-k=16-k$ 와 $-6^2+10(6)-k=24-k$ 의 부호에 따라 결정된다.

$f(2)$ 와 $f(6)$ 이 가질 수 있는 값은 $0,1,2$ 이므로 $f(2)+f(6)=2$ 가 성립하는 경우는 다음과 같이 나눌 수 있다.

(1) $f(2)=2, f(6)=0$: $16-k>0$ 이고 $24-k<0$ 이므로 $k<16$ 이고 $k>24$ 이다. 이를 동시에 만족시키는 k 는 존재하지 않는다.

(2) $f(2)=1, f(6)=1$: $16-k=0$ 이고 $24-k=0$ 이므로 $k=16$ 이고 $k=24$ 이다. 이를 동시에 만족시키는 k 는 존재하지 않는다.

(3) $f(2)=0, f(6)=2$: $16-k<0$ 이고 $24-k>0$ 이므로 $k>16$ 이고 $k<24$ 이다.

따라서 $16<k<24$ 를 만족시키는 자연수 k 는 $17,18,19,20,21,22,23$ 이다.

모든 자연수 k 의 값의 합은 $17+18+19+20+21+22+23=\frac{7(17+23)}{2}=\frac{7\times 40}{2}=140$ 이다.

---

15. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 거듭제곱근의 정의를 이해하고, 주어진 조건을 만족시키는 자연수를 경우에 따라 나누어 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] $g(n)$ 은 실수 a 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수이므로 $0,1,2$ 중 하나의 값을 갖는다. $g(n)+g(n+1)=3$ 이 성립하기 위해서는 $(g(n),g(n+1))$ 이 $(1,2)$ 또는 $(2,1)$ 이어야 한다.

실수 a 에 대하여 a 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수는 n 이 홀수이면 1 개, n 이 짝수이면 $a>0$ 일 때 2 개, $a=0$ 일 때 1 개, $a<0$ 일 때 0 개이다.

$P(n)=-n^2+11n-24=-(n-3)(n-8)$ 이라 하자.

1. $g(n)=1, g(n+1)=2$ 인 경우:

$g(n+1)=2$ 이려면 $n+1$ 은 짝수이고 $P(n+1)>0$ 이어야 한다. 즉, n 은 홀수이다.

$P(n+1)=-((n+1)-3)((n+1)-8)=-(n-2)(n-7)>0$ 에서 $(n-2)(n-7)<0$ 이므로 $2<n<7$ 이다.

$2<n<7$ 을 만족시키는 홀수 n 은 $3,5$ 이다. n 이 홀수이면 $P(n)$ 의 값에 관계없이 $g(n)=1$ 이므로 $n=3,5$ 는 주어진 조건을 만족시킨다.

2. $g(n)=2, g(n+1)=1$ 인 경우:

$g(n)=2$ 이려면 n 은 짝수이고 $P(n)>0$ 이어야 한다.

$P(n)=-(n-3)(n-8)>0$ 에서 $(n-3)(n-8)<0$ 이므로 $3<n<8$ 이다.

$3<n<8$ 을 만족시키는 짝수 n 은 $4,6$ 이다. n 이 짝수이면 $n+1$ 은 홀수이므로 $P(n+1)$ 의 값에 관계없이 $g(n+1)=1$ 이다.

따라서 $n=4,6$ 은 주어진 조건을 만족시킨다.

1, 2에 의하여 주어진 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값은 $3,4,5,6$ 이다.

따라서 모든 n 의 값의 합은 $3+4+5+6=18$ 이다.

---

16. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 로그의 성질을 이용하여 주어진 등식을 변형하고, 조건을 만족시키는 자연수 해를 찾아 두 수의 합의 최솟값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 등식 $\log_2 m+\log_4 n=5$ 에서 로그의 밑을 2로 통일하면 $\log_2 m+\log_{2^2} n=5$ 이다.

로그의 성질에 따라 $\log_2 m+\frac{1}{2}\log_2 n=5$ 이고, 양변에 2를 곱하면 $2\log_2 m+\log_2 n=10$ 이다.

이 식을 정리하면 $\log_2(m^2)+\log_2 n=\log_2(m^2 n)=10$ 이므로, $m^2 n=2^{10}=1024$ 를 얻는다.

m,n

은 1보다 큰 자연수이므로 $n=\frac{1024}{m^2}$ 에서 m^2 은 1024 의 약수여야 한다. 따라서 m 은 2^a (a 는 자연수) 꼴이다.

$m=2^a$ 일 때, $n=\frac{2^{10}}{(2^a)^2}=2^{10-2a}$ 이다. $m>1, n>1$ 조건에 따라 $a>0$ 이고 $10-2a>0$ 이므로, a 는 $1\le a<5$ 인 자연수이다.

$a=1$ 일 때, $m=2, n=2^8=256$ 이므로 $m+n=258$ 이다.

$a=2$ 일 때, $m=4, n=2^6=64$ 이므로 $m+n=68$ 이다.

$a=3$ 일 때, $m=8, n=2^4=16$ 이므로 $m+n=24$ 이다.

$a=4$ 일 때, $m=16, n=2^2=4$ 이므로 $m+n=20$ 이다.

가능한 $m+n$ 의 값은 $258, 68, 24, 20$ 이므로, 최솟값은 20이다.

---

17. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 로그의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 변수들의 관계를 파악하고, 자연수 조건에 맞는 값의 합을 구한다.

[풀이]

$\log_a b=x$, $\log_c b=y$ 라 하면, 조건 (가)에서 $x=2y$ 이고 조건 (나)에서 $x+y=3$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면 $2y+y=3$ 에서 $y=1$ 이고, $x=2$ 이다.

$\log_a b=2$ 에서 $b=a^2$ 이고, $\log_c b=1$ 에서 $b=c$ 이다. 즉 $c=a^2$ 이다.

따라서 $abc=a\cdot a^2\cdot a^2=a^5$ 이다.

abc 의 값이 200 이상 8000 이하의 자연수이므로 $200\le a^5\le 8000$ 이다.

a 는 1보다 큰 자연수이므로, $3^5=243$, $4^5=1024$, $5^5=3125$, $6^5=7776$ 이고 $2^5=32$, $7^5=16807$ 이다.

주어진 범위를 만족시키는 자연수 a 의 값은 $3, 4, 5, 6$ 이다.

따라서 구하는 모든 자연수 a 의 값의 합은 $3+4+5+6=18$ 이다.

---

18. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 구간에서 삼각함수의 최댓값과 최솟값의 관계를 이용하여 미지수의 값을 구하고 그 합을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] $x-a=t$ 로 치환하면 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 일 때 t 의 값의 범위는 $\left[-\frac{\pi}{2}-a,\frac{\pi}{2}-a\right]$ 이다. 이 구간의 길이는 π 이다. 함수 $g(t)=\cos t$ 의 최댓값과 최솟값이 각각 M, m 이고 $M+3m=0$ 이 성립한다. $M\ge m$ 이므로 $M>0, m<0$ 이어야 한다.

(i) 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}-a,\frac{\pi}{2}-a\right]$ 가 $\cos t$ 의 최댓값 1 을 포함하는 경우

$M=1$ 이다. $M+3m=0$ 에 대입하면 $1+3m=0$ 이므로 $m=-\frac{1}{3}$ 이다. 이 경우 구간은 최솟값 -1 을 포함하지 않아야 한다. 구간의 길이가 π 이므로 최댓값 1 을 포함하면 최솟값 -1 은 구간 내에 존재할 수 없다(양 끝점 제외). 따라서 최솟값 m 은 구간의 양 끝점에서의 함숫값 중 작은 값이 된다.

$m=\min(g(-\frac{\pi}{2}-a), g(\frac{\pi}{2}-a))=\min(\cos(-\frac{\pi}{2}-a), \cos(\frac{\pi}{2}-a))=\min(-\sin a, \sin a)=-|\sin a|$

따라서 $-|\sin a|=-\frac{1}{3}$ 이므로 $|\sin a|=\frac{1}{3}$ 이다.

최댓값 1 을 포함하려면, 어떤 정수 n 에 대해 $t=2n\pi$ 가 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}-a,\frac{\pi}{2}-a\right]$ 에 있어야 하므로, $-\frac{\pi}{2}-a\le 2n\pi\le\frac{\pi}{2}-a$ 가 성립해야 한다. 즉, $-\frac{\pi}{2}-2n\pi\le a\le\frac{\pi}{2}-2n\pi$ 이다.

$a\in(0,2\pi)$ 이므로

$n=0$ 일 때, $0<a\le\frac{\pi}{2}$ 이다. 이 범위에서 $\sin a=\frac{1}{3}$ 을 만족하는 a 가 하나 존재한다.

$n=-1$ 일 때, $\frac{3\pi}{2}\le a<2\pi$ 이다. 이 범위에서 $\sin a=-\frac{1}{3}$ 을 만족하는 a 가 하나 존재한다.

(ii) 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}-a,\frac{\pi}{2}-a\right]$ 가 $\cos t$ 의 최솟값 -1 을 포함하는 경우

$m=-1$ 이다. $M+3m=0$ 에 대입하면 $M-3=0$ 이므로 $M=3$ 이다. 이는 $\cos t$ 의 최댓값이 1 이므로 불가능하다.

(i)에서 찾은 두 a 값을 각각 a_1, a_2 라 하자. a_1 은 $0<a_1<\frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin a_1=\frac{1}{3}$ 을 만족한다. a_2 는 $\frac{3\pi}{2}<a_2<2\pi$ 이고 $\sin a_2=-\frac{1}{3}$ 을 만족한다. $\sin(2\pi-a_1)=-\sin a_1=-\frac{1}{3}$ 이고, $0<a_1<\frac{\pi}{2}$ 에서 $\frac{3\pi}{2}<2\pi-a_1<2\pi$ 이므로 $a_2=2\pi-a_1$ 이다.

따라서 모든 a 의 값의 합은 $a_1+a_2=a_1+(2\pi-a_1)=2\pi$ 이다.

---

19. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 원에 내접하는 사각형의 성질과 삼각형의 닮음을 이용하여 미지수의 값을 구하고, 코사인법칙을 적용하여 선분의 길이를 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

사각형 ADEC는 원에 내접하므로, $\angle B$ 는 공통이고 $\angle BDE = \angle BCA$ 이다. 따라서 삼각형 BDE와 삼각형 BCA는 서로 닮음이다. (AA 닮음)

$\overline{BD} = k$ 라 하면 조건에 의해 $\overline{BC} = 2k$ 이다. 또한, $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 2 + k$ 이고, $\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 2k - 3$ 이다.

$\triangle BDE \sim \triangle BCA$ 이므로 대응변의 길이의 비가 같다.

$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BA}}$ 에서 $\frac{k}{2k} = \frac{2k-3}{2+k}$ 가 성립한다.

$\frac{1}{2} = \frac{2k-3}{2+k}$ 를 풀면 $2 + k = 2(2k - 3) = 4k - 6$ 이므로 $3k = 8$, 즉 $k = \frac{8}{3}$ 이다.

따라서 $\overline{BD} = \frac{8}{3}$ 이고 $\overline{BE} = 2k - 3 = 2\left(\frac{8}{3}\right) - 3 = \frac{16-9}{3} = \frac{7}{3}$ 이다.

삼각형 BDE에서 코사인법칙을 이용하면, 선분 DE의 길이를 구할 수 있다.

$\overline{DE}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{BE}^2 - 2(\overline{BD})(\overline{BE})\cos(\angle ABC)$

$= \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{8}{3}\right)\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{1}{8}\right)$

$= \frac{64}{9} + \frac{49}{9} - \frac{14}{9} = \frac{99}{9} = 11$

따라서 $\overline{DE} = \sqrt{11}$ 이다.

---

20. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 삼차함수의 평균변화율과 순간변화율의 관계를 이해하고, 이를 통해 정의된 새로운 함수의 극소이자 최소인 값을 구할 수 있는지를 묻는 문항이다.

[풀이] 두 점 $(0, 0)$, $(t, f(t))$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{f(t)}{t} = t^2 - 9t + 24$ 이다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(k) = 3k^2 - 18k + 24$ 이다.

주어진 조건에 따라 $f'(k) = \frac{f(t)}{t}$ 이므로, $3k^2 - 18k + 24 = t^2 - 9t + 24$ 이고, 이를 정리하면 $3(k^2 - 6k) = t^2 - 9t$ 이다.

k 에 대한 이차방정식으로 보고 정리하면 $(k - 3)^2 = \frac{t^2 - 9t + 27}{3}$ 이다.

따라서 $k = 3 \pm \sqrt{\frac{t^2 - 9t + 27}{3}}$ 이고, $g(t)$ 는 이 중 큰 값이므로 $g(t) = 3 + \sqrt{\frac{t^2 - 9t + 27}{3}}$ 이다.

함수 $g(t)$ 는 근호 안의 이차식 $u(t) = t^2 - 9t + 27$ 이 최소일 때 최소값을 갖는다.

$u(t) = (t - \frac{9}{2})^2 + \frac{27}{4}$ 이므로, $t > 0$ 범위에서 $t = a = \frac{9}{2}$ 일 때 최소이다.

따라서 함수 $g(t)$ 는 $t = \frac{9}{2}$ 에서 극소이면서 최소인 값 m 을 갖는다.

$m = g(\frac{9}{2}) = 3 + \sqrt{\frac{u(9/2)}{3}} = 3 + \sqrt{\frac{27/4}{3}} = 3 + \sqrt{\frac{9}{4}} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ 이다.

그러므로 $a + m = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 9$ 이다.

---

21. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 이해하고, 평행이동을 활용하여 방정식의 실근 조건을 만족시키는 정수 매개변수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 방정식 $f(x)f(x-k) = 0$ 의 근은 $f(x) = 0$ 또는 $f(x-k) = 0$ 의 근이다. 방정식의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되려면, 방정식 $f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha < \beta)$ 를 가져야 하고, 두 근의 차 $\beta - \alpha$ 가 k 가 되어야 한다. 문제의 조건에서 4 이하의 양수 k 가 존재해야 하므로, $0 < \beta - \alpha \leq 4$ 를 만족해야 한다.

$f(x) = 0$ 의 실근을 구해본다.

(i) $x < 0$ 일 때, $2^{x+4} - a = 0$ 에서 $2^{x+4} = a$ 이다. 실근 $x = \log_2(a) - 4$ 가 존재하려면 $a > 0$ 이고, $x < 0$ 이려면 $\log_2(a) - 4 < 0$ 이므로 $a < 16$ 이다. 따라서 $0 < a < 16$ 일 때 음의 실근 α 가 존재한다.

(ii) $x \geq 0$ 일 때, $\log_3(x+1) + 5 - a = 0$ 에서 $\log_3(x+1) = a - 5$ 이다. 실근 $x = 3^{a-5} - 1$ 이 존재하고, $x \geq 0$ 이려면 $3^{a-5} - 1 \geq 0$

이므로 $a-5 \geq 0$, 즉 $a \geq 5$ 이다.

$f(x)=0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면 $0<a<16$ 과 $a \geq 5$ 를 동시에 만족해야 하므로, a 의 범위는 $5 \leq a<16$ 이다.
이때 두 실근은 $\alpha=\log_2(a)-4$, $\beta=3^{a-5}-1$ 이다.
두 실근의 차는 $\beta-\alpha=(3^{a-5}-1)-(\log_2(a)-4)=3^{a-5}-\log_2(a)+3$ 이다.
$h(a)=3^{a-5}-\log_2(a)+3$ 이라 할 때, $0<h(a) \leq 4$ 를 만족하는 정수 a 를 찾아야 한다. 함수 $h(a)$ 는 $a \geq 5$ 에서 증가함수이다.

$a=5$ 일 때, $h(5)=3^0-\log_2(5)+3=4-\log_2(5)$ 이다. $2<\log_2(5)<3$ 이므로 $1<h(5)<2$ 이고, $0<h(5) \leq 4$ 를 만족한다.
$a=6$ 일 때, $h(6)=3^1-\log_2(6)+3=6-\log_2(6)$ 이다. $2<\log_2(6)<3$ 이므로 $3<h(6)<4$ 이고, $0<h(6) \leq 4$ 를 만족한다.
$a=7$ 일 때, $h(7)=3^2-\log_2(7)+3=12-\log_2(7)$ 이다. $2<\log_2(7)<3$ 이므로 $9<h(7)<10$ 이고, $h(7)>4$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.

$h(a)$ 는 증가함수이므로 $a \geq 7$ 인 정수는 조건을 만족하지 않는다.
따라서 조건을 만족시키는 정수 a 는 $5, 6$ 이므로, 그 합은 $5+6=11$ 이다.

---

22. 정답 및 풀이

정답: 1

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 주어진 해를 만족시키는 지수방정식의 상수를 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

주어진 방정식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{a-x}=\left(\sqrt[3]{25}\right)^x$ 의 해가 $x=3$ 이므로, $x=3$ 을 방정식에 대입하면 $\left(\frac{1}{5}\right)^{a-3}=\left(\sqrt[3]{25}\right)^3$ 이다.
방정식의 밑을 5로 통일하여 정리하면, 좌변은 $(5^{-1})^{a-3}=5^{-(a-3)}=5^{3-a}$ 이고 우변은 $25=5^2$ 이다.
따라서 $5^{3-a}=5^2$ 이므로, 지수끼리 비교하면 $3-a=2$ 에서 $a=1$ 이다.

---

23. 정답 및 풀이

정답: 30

[출제의도] 부채꼴의 넓이와 중심각의 크기 공식을 이용하여 부채꼴의 둘레의 길이를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

부채꼴의 반지름의 길이를 r , 넓이를 S , 중심각의 크기를 θ 라 하면, $S=\frac{1}{2}r^2\theta$ 이다.
문제의 조건에서 $S=54$, $\theta=3$ 이므로, $54=\frac{1}{2}r^2 \cdot 3$ 에서 $r^2=36$ 이다. $r>0$ 이므로 $r=6$ 이다.
부채꼴의 호의 길이를 l 이라 하면 $l=r\theta=6 \cdot 3=18$ 이다.
따라서 부채꼴의 둘레의 길이는 $2r+l=2(6)+18=12+18=30$ 이다.

---

24. 정답 및 풀이

정답: 4

[출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프에서 미지수를 포함한 점근선의 방정식을 구하고, 주어진 추가 조건을 이용하여 미지수의 값을 결정한 후 문제의 답을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $y=\log_k(x-k+4)$ 의 그래프는 로그의 진수 조건에 의해 $x-k+4>0$ 이므로, 점근선은 $x=k-4$ 이다.
함수 $y=k^x+2k-7$ 의 그래프의 점근선은 $y=2k-7$ 이다.
따라서 두 점근선이 만나는 점 P의 좌표는 $(a, b)=(k-4, 2k-7)$ 이다.

점 P가 직선 $y=x+2$ 위에 있으므로, 점 P의 좌표를 직선의 방정식에 대입하면 $2k-7=(k-4)+2$ 가 성립한다.
위 방정식을 정리하면 $2k-7=k-2$ 이므로 $k=5$ 이다. 이 값은 $k>1$ 조건을 만족한다.

$k=5$ 를 점 P의 좌표에 대입하면 $a=5-4=1$, $b=2(5)-7=3$ 이다.
따라서 구하는 $a+b$ 의 값은 $1+3=4$ 이다.

---

25. 정답 및 풀이

정답: 18

[출제의도] 로그의 밑과 진수 조건을 이해하고, 이를 만족하는 정수의 합을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

로그가 정의되기 위해서는 밑은 1이 아닌 양수이고 진수는 양수여야 한다.

밑 조건에 의해 $a-3>0$ 이고 $a-3\neq 1$ 이다. 따라서 $a>3$ 이고 $a\neq 4$ 이다.

진수 조건에 의해 $-a^2+10a-16>0$ 이다. 이 부등식의 양변에 -1 을 곱하면 $a^2-10a+16<0$ 이고, 인수분해하면 $(a-2)(a-8)<0$ 이므로 $2<a<8$ 이다.

두 조건을 모두 만족하는 정수 a 는 $3<a<8$ 이고 $a\neq 4$ 이므로 $5, 6, 7$ 이다.

따라서 모든 정수 a 의 값의 합은 $5+6+7=18$ 이다.

---

26. 정답 및 풀이

정답: 6

[출제의도] 속도와 위치의 관계를 이해하고, 두 점의 운동 상태에 대한 조건을 해석하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치는 원점에서 출발했으므로 속도를 적분하여 구할 수 있다.

$$x_{\mathrm{P}}(t)=\int_0^t v_{\mathrm{P}}(s)ds=\frac{1}{3}t^3-4t^2+12t$$

$$x_{\mathrm{Q}}(t)=\int_0^t v_{\mathrm{Q}}(s)ds=kt-t^2$$

점 Q가 운동 방향을 바꾸는 시각은 $v_{\mathrm{Q}}(t)=k-2t=0$ 에서 $t=\frac{k}{2}$ 이다. ($k>0$)

두 점 P, Q가 만나는 시각은 $x_{\mathrm{P}}(t)=x_{\mathrm{Q}}(t)$ 일 때이므로, $\frac{1}{3}t^3-4t^2+12t=kt-t^2$ 이다.

$t(\frac{1}{3}t^2-3t+12-k)=0$ 이고, $t>0$ 이므로 $\frac{1}{3}t^2-3t+12-k=0$ 의 근이 만나는 시각이다.

출발 후 처음 만나는 시각이 Q가 운동 방향을 바꾸는 시각과 같으므로, $t=\frac{k}{2}$ 는 위 이차방정식의 근이다.

$\frac{1}{3}(\frac{k}{2})^2-3(\frac{k}{2})+(12-k)=0$ 이므로, $\frac{k^2}{12}-\frac{3k}{2}+12-k=0$ 이다.

양변에 12를 곱하여 정리하면 $k^2-18k+144-12k=0$, 즉 $k^2-30k+144=0$ 이다.

$(k-6)(k-24)=0$ 이므로 $k=6$ 또는 $k=24$ 이다.

한편, 점 P가 운동 방향을 바꾸는 시각은 $v_{\mathrm{P}}(t)=t^2-8t+12=(t-2)(t-6)=0$ 에서 $t=2$ 와 $t=6$ 이다. 두 번째로 운동 방향을 바꾸는 시각은 $t=6$ 이다.

점 Q가 운동 방향을 바꾸는 시각 $t=\frac{k}{2}$ 가 점 P가 두 번째로 운동 방향을 바꾸는 시각 $t=6$ 보다 이르므로, $\frac{k}{2}<6$ 에서 $k<12$ 이다.

따라서 가능한 k 의 값은 6이다.

---

27. 정답 및 풀이

정답: 4

[출제의도] 삼각형의 넓이 공식과 코사인 법칙을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

삼각형 ABC의 넓이가 6이고 $\cos A=\frac{3}{5}$ 이므로, $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{4}{5}$ 이다.

두 변 AC, AB의 길이를 각각 b, c 라 하면, 문제의 조건에서 $b+c=8$ 이다.

삼각형의 넓이 공식 $S=\frac{1}{2}bc\sin A$ 에 주어진 값을 대입하면 $6=\frac{1}{2}bc\cdot\frac{4}{5}$ 이므로, $bc=15$ 이다.

b 와 c 는 이차방정식 $t^2-(b+c)t+bc=0$, 즉 $t^2-8t+15=0$ 의 두 근이다.

$(t-3)(t-5)=0$ 에서 두 변의 길이는 각각 3과 5이다.

코사인 법칙에 따라 변 BC의 길이를 a 라 하면,

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=3^2+5^2-2(15)\cdot\frac{3}{5}=9+25-18=16$$

이다.

$a>0$ 이므로 변 BC의 길이는 4이다.

---

28. 정답 및 풀이

정답: 5

[출제의도] 등차수열의 일반항과 합의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 수열의 특정 항의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하자. ($a\in\mathbb{Z}$, $d\in\mathbb{N}$, a 는 3의 배수 아님)

조건 $a_{k-2}+a_{k+2}=-6$ 에서 등차중항의 성질에 의해 $2a_k=-6$ 이므로 $a_k=-3$ 이다.

$a_k=a+(k-1)d=-3$ 이다.

조건 $S_{k+5}=0$ 에서 $\frac{(k+5)(2a+(k+4)d)}{2}=0$ 이고, $k\geq 3$ 이므로 $2a+(k+4)d=0$ 이다.

위 두 식을 연립하여 a 를 소거하면, $a=-3-(k-1)d$ 이므로 $2(-3-(k-1)d)+(k+4)d=0$ 이다.

$-6-2(k-1)d+(k+4)d=0$ 에서 $-6+(-2k+2+k+4)d=0$ 이므로 $d(6-k)=6$ 이다.

d 는 자연수이고 $k\geq 3$ 인 자연수이므로, $6-k$ 가 될 수 있는 값은 $1, 2, 3$ 이다.

(i) $6-k=1$ 이면 $k=5, d=6$ 이다. 이때 $a=a_k-(k-1)d=-3-4\cdot 6=-27$ 은 3의 배수이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $6-k=2$ 이면 $k=4, d=3$ 이다. 이때 $a=-3-3\cdot 3=-12$ 는 3의 배수이므로 조건에 맞지 않는다.

(iii) $6-k=3$ 이면 $k=3, d=2$ 이다. 이때 $a=-3-2\cdot 2=-7$ 은 3의 배수가 아니므로 모든 조건을 만족한다.

따라서 $k=3, d=2$ 이고 $a_k=a_3=-3$ 이다.

구하는 값은 $a_{k+4}=a_k+4d=-3+4(2)=5$ 이다.

---

29. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 제한된 범위에서 삼각함수의 최댓값과, 최댓값을 만족시키는 정의역 원소의 합을 이용하여 함수의 식을 구하고 함숫값을 계산하는 문제이다.

[풀이] $a>0$ 이므로 함수 $f(x)=a\sin\left(\frac{\pi}{4}x+b\right)+1$ 의 최댓값은 $a+1$ 이다. 주어진 최댓값이 3이므로 $a+1=3$ 에서 $a=2$ 이다.

$f(x)$ 가 최댓값을 갖는 것은 $\sin\left(\frac{\pi}{4}x+b\right)=1$ 일 때이며, 이는 $\frac{\pi}{4}x+b=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ (k 는 정수)를 만족하는 x 에 대해서이다.

x 에 대하여 정리하면 $x=8k+2-\frac{4b}{\pi}$ 이다. $x\in[0,10]$ 과 $0<b<\pi$ 를 고려하면 $k=0, 1$ 일 때만 해가 존재할 수 있다.

$k=0$ 일 때 $x_1=2-\frac{4b}{\pi}$ 이고, $k=1$ 일 때 $x_2=10-\frac{4b}{\pi}$ 이다.

$x_1\geq 0$ 이려면 $2-\frac{4b}{\pi}\geq 0$, 즉 $b\leq\frac{\pi}{2}$ 이어야 한다.

1) $0<b\leq\frac{\pi}{2}$ 일 때: 해는 x_1, x_2 두 개이다. 모든 x 의 합은 $x_1+x_2=(2-\frac{4b}{\pi})+(10-\frac{4b}{\pi})=12-\frac{8b}{\pi}$ 이다. 이 값이 8이므로 $12-\frac{8b}{\pi}=8$ 에서 $b=\frac{\pi}{2}$ 이다. 이는 $0<b\leq\frac{\pi}{2}$ 를 만족한다.

2) $\frac{\pi}{2}<b<\pi$ 일 때: $x_1<0$ 이므로 해는 x_2 하나이다. $x_2=10-\frac{4b}{\pi}=8$ 에서 $b=\frac{\pi}{2}$ 이다. 이는 $\frac{\pi}{2}<b<\pi$ 를 만족하지 않는다.

따라서 $a=2, b=\frac{\pi}{2}$ 이므로 $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{4}x+\frac{\pi}{2}\right)+1=2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)+1$ 이다.

구하는 값은 $f(3)=2\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)+1=2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+1=1-\sqrt{2}$ 이다.

---

30. 정답 및 풀이

정답: 352

[출제의도] 함수의 연속성과 평균변화율의 정의를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 함수의 미정계수를 구하고, 함숫값을 계산할 수 있다.

[풀이]

함수 $h(t)=f(t)\frac{f(t+k)-f(t)}{k}$ 가 실수 전체에서 연속이어야 한다. 함수 $f(t)$ 는 $t=-2$ 에서 불연속일 가능성이 있고, $t=0$ 에서 불연속일 가능성이 있다. $f(t+k)$ 는 $t+k=-2, t+k=0$ 일 때 불연속일 가능성이 있으므로, $h(t)$ 는 $t=-2, 0, -k-2, -k$ 에서 연속성을 확인해야 한다.

(1) $t=-2$ 에서 $h(t)$ 가 연속이어야 한다. $\lim_{t\to -2}f(t)=0$ 이고 $f(-2)=b$ 이다. $\lim_{t\to -2}h(t)=\lim_{t\to -2}f(t)g(t)=0\cdot g(-2)=0$ 이다. $h(-2)=f(-2)g(-2)=b\cdot g(-2)$

이다. $b>0$ 이므로 연속 조건 $\lim_{t\to -2} h(t)=h(-2)$ 를 만족하려면 $g(-2)=0$ 이어야 한다.

$g(-2)=\frac{f(k-2)-f(-2)}{k}=0$ 이므로 $f(k-2)=f(-2)=b$ 이다.

(2) $t=-k-2$ 에서 $g(t)$ 가 불연속이므로 $h(t)$ 가 연속이려면 $f(-k-2)=0$ 이어야 한다.

$f(-k-2)=(-k-2+2)(-k-2+a)=-k(a-k-2)=0$ 이고, $k>2$ 이므로 $a-k-2=0$, 즉 $a=k+2$ 이다.

(3) $t=-k$ 에서 $g(t)$ 가 연속이려면 $f(t)$ 가 $t=0$ 에서 연속이어야 한다. 만약 $f(t)$ 가 $t=0$ 에서 불연속이라면 $h(t)$ 가 $t=-k$ 에서 연속이기 위해 $f(-k)=0$ 이어야 한다. $f(-k)=(-k+2)(-k+a)=0$ 에서 $k>2$ 이므로 $a=k$ 가 된다. 이는 $a=k+2$ 와 모순이므로, $f(t)$ 는 $t=0$ 에서 반드시 연속이어야 한다. $\lim_{t\to 0-} f(t)=2a$, $f(0)=c$ 이므로 $c=2a$ 이다.

조건 (나)에서 $g(0)=\frac{f(k)-f(0)}{k}=2$ 이다. $k>2>0$ 이므로 $f(k)=-k^2+8k+c$ 이고, $f(0)=c$ 이다. 따라서 $\frac{(-k^2+8k+c)-c}{k}=2$ 이고, $-k^2+8k=2k$ 에서 $k^2-6k=0$ 이다. $k(k-6)=0$ 이고 $k>2$ 이므로 $k=6$ 이다.

$k=6$ 이므로 $a=k+2=8$ 이고, $c=2a=16$ 이다. $f(k-2)=f(4)=b$ 이므로, $f(4)=-4^2+8(4)+16=-16+32+16=32$ 이다. 즉 $b=32$ 이다.

따라서 구하는 값은 $f(c-a-b)=f(16-8-32)=f(-24)$ 이다. $x=-24$ 는 $x<-2$ 범위에 속하므로 $f(x)=(x+2)(x+a)$ 를 이용한다.

$f(-24)=(-24+2)(-24+8)=(-22)(-16)=352$ 이다.