MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사 대비 시험 02 정답 및 풀이

ID : MG-H2-2610-02-SOL 출제 : MathGenix

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
④	③	③	④	④	③	③	③	④	④

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
②	③	③	③	③	③	③	④	③	①

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
③	3	6	3	17	32	46	1	3	48

---

1. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 무리수 지수를 포함한 식의 값을 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[풀이]

주어진 식은 밑이 2로 같으므로 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 을 이용할 수 있다.

주어진 식의 지수를 더하면 $(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})=6$ 이다.

따라서 주어진 식의 값은 $2^{3+\sqrt{5}} \times 2^{3-\sqrt{5}} = 2^{(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})} = 2^6 = 64$ 이다.

---

2. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 미분계수의 정의를 이용하여 함수의 극한값을 구할 수 있다.

[풀이]

주어진 조건에서 $f(1)=5$ 이고, 미분계수의 정의에 의해

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 6$$

이다.

구하려는 극한값의 분모를 인수분해하면 $x^2-1=(x-1)(x+1)$ 이다.

따라서 주어진 식은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-5}{x^2-1} = \lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \to 1} \left(\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1} \right)$$

$$= f'(1) \cdot \lim_{x \to 1} \frac{1}{x+1} = 6 \cdot \frac{1}{1+1} = 3$$

이다.

그러므로 구하는 극한값은 3이다.

---

3. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 등차수열의 일반항과 등차중항의 성질을 이용하여 특정 항들의 합을 구하는 능력을 평가한다.

[풀이]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라고 하자.

주어진 조건 $a_3 + a_5 = 12$ 를 a 와 d 로 나타내면 $(a+2d)+(a+4d)=12$ 이므로, $2a+6d=12$ 이다.

구하고자 하는 값 $a_1 + a_7$ 을 a 와 d 로 나타내면 $a+(a+6d)=2a+6d$ 이다.

따라서 $a_1 + a_7 = 2a+6d=12$ 이다.

다른 풀이: 등차수열의 성질에 따라 $m+n=p+q$ 이면 $a_m+a_n=a_p+a_q$ 이다. $3+5=1+7=8$ 이므로 $a_1+a_7=a_3+a_5=12$ 이다.

---

4. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 구간별로 다르게 정의된 함수의 좌극한과 함숫값을 구하여 식의 값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 함수 $f(x)$ 의 정의에 따라 극한값과 함숫값을 각각 구한다.

$x \to -1^-$ 일 때 $x<-1$ 이므로, $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-}(2x+5) = 2(-1)+5=3$ 이다.

$x=2$ 일 때 $x \geq 2$ 이므로, $f(2) = -2+4=2$ 이다.

$x \to 2^-$ 일 때 $-1 \leq x < 2$ 이므로, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 1 = 1$ 이다.

따라서 구하는 값은 $\lim_{x\to -1^-} f(x) - f(2) \times \lim_{x\to 2^-} f(x) = 3 - 2\times 1 = 1$ 이다.

---

5. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 함수의 극한에 대한 대소 관계(조임 정리)를 이용하여 함수의 극한값을 구한다.

[풀이]

주어진 부등식 $|(2x+3)f(x)-4| < \frac{1}{x}$ 에서 절댓값을 풀면 $-\frac{1}{x} < (2x+3)f(x)-4 < \frac{1}{x}$ 이다.

모든 변에 4를 더하면 $4-\frac{1}{x} < (2x+3)f(x) < 4+\frac{1}{x}$ 이다.

모든 양수 x 에 대하여 $2x+3>0$ 이므로, 각 변을 $2x+3$ 으로 나누고 x 를 곱하면 $\frac{x(4-\frac{1}{x})}{2x+3} < xf(x) < \frac{x(4+\frac{1}{x})}{2x+3}$ 이 성립한다.

이 식을 정리하면 $\frac{4x-1}{2x+3} < xf(x) < \frac{4x+1}{2x+3}$ 이다.

이때

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x-1}{2x+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{4-\frac{1}{x}}{2+\frac{3}{x}} = \frac{4}{2} = 2$$

이고,

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x+1}{2x+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{4+\frac{1}{x}}{2+\frac{3}{x}} = \frac{4}{2} = 2$$

이다.

따라서 함수의 극한의 대소 관계에 의하여 $\lim_{x\to\infty} xf(x) = 2$ 이다.

MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사

6. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 구간별로 정의된 함수가 실수 전체에서 미분가능할 조건을 이용하여 특정 지점에서의 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이고 미분가능하다.

$x=1$ 에서의 연속성 조건에 의해 $\lim_{x\to 1-} f(x) = \lim_{x\to 1+} f(x)$ 이므로, $1^2 + a(1) - 2 = -(1)^3 + b(1)^2$ 에서 $a-1 = -1+b$ 이므로 $a=b$ 이다.

또한

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+a & (x<1) \\ -3x^2+2bx & (x>1) \end{cases}$$

이고, $x=1$ 에서의 미분가능성 조건에 의해 $\lim_{x\to 1-} f'(x) = \lim_{x\to 1+} f'(x)$ 이므로, $2(1)+a = -3(1)^2 + 2b(1)$ 에서 $2+a = -3+2b$ 이다.

$a=b$ 를 $2+a=-3+2b$ 에 대입하면 $2+a=-3+2a$ 이므로 $a=5$ 이고, $b=5$ 이다.

따라서 $x>1$ 일 때 $f(x) = -x^3+5x^2$ 이므로, 구하는 값은 $f(2) = -(2)^3+5(2)^2 = -8+20 = 12$ 이다.

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 시그마의 성질을 이용하여 주어진 등식을 만족시키는 상수의 값을 구할 수 있다.

[풀이]

두 수열의 일반항의 차는 $a_k - b_k = (2k^2+ak) - (k^2-ak+3) = k^2+2ak-3$ 이다.

주어진 등식의 좌변을 시그마의 성질을 이용하여 계산하면 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^{4}(k^2+2ak-3) = \sum_{k=1}^{4}k^2 + 2a\sum_{k=1}^{4}k - \sum_{k=1}^{4}3$$

$$= \frac{4(4+1)(2\cdot 4+1)}{6} + 2a\cdot\frac{4(4+1)}{2} - 3\times 4$$

$$= \frac{4\cdot 5\cdot 9}{6} + 2a\cdot 10 - 12 = 30+20a-12 = 20a+18$$

주어진 등식에 따라 $20a+18=78$ 이므로 $20a=60$ 에서 $a=3$ 이다.

---

8. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 수열의 합 S_n 과 일반항 a_n 의 관계를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 항의 번호를 구할 수 있다.

[풀이]

$a_1 = S_1 = \frac{1}{2(1)+1} = \frac{1}{3}$ 이다.

$n\geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n}{2n+1} - \frac{n-1}{2(n-1)+1} = \frac{n}{2n+1} - \frac{n-1}{2n-1}$ 이다.

통분하여 정리하면 $a_n = \frac{n(2n-1)-(n-1)(2n+1)}{(2n+1)(2n-1)} = \frac{(2n^2-n)-(2n^2-n-1)}{4n^2-1} = \frac{1}{4n^2-1}$ 이다.

위 식에 $n=1$ 을 대입하면 $a_1 = \frac{1}{4(1)^2-1} = \frac{1}{3}$ 이므로, 일반항 $a_n = \frac{1}{4n^2-1}$ 은 모든 자연수 n 에 대해 성립한다.

$a_k = \frac{1}{143}$ 이므로 $\frac{1}{4k^2-1} = \frac{1}{143}$ 에서 $4k^2-1=143$ 이다.

$4k^2=144$, $k^2=36$ 이고 k 는 자연수이므로 $k=6$ 이다.

MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사

9. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 삼각함수의 각 변환 공식을 적용하고 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 계산하는 능력을 평가한다.

[풀이]

주어진 등식 $3\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=2\cos(\pi-\theta)$ 에서 각 변환 공식에 의해 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ 이고 $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$ 이다.

이 식들을 주어진 등식에 대입하면 $3(-\sin\theta)=2(-\cos\theta)$ 이므로 $3\sin\theta=2\cos\theta$ 이다. $\cos\theta=0$ 이면 $\sin\theta=0$ 이 되어 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 에 모순이므로 $\cos\theta\neq0$ 이다. 따라서 양변을 $\cos\theta$ 로 나누면 $\tan\theta=\frac{2}{3}$ 이다.

삼각함수 사이의 관계식 $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 를 이용하면 $1+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 이다. 즉, $\frac{13}{9}=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 이므로, 구하는 값은 $\cos^2\theta=\frac{9}{13}$ 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 함수의 극한의 성질을 이용하여 주어진 조건으로부터 새로운 극한값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 조건은

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x^2+3)f(x)}{x-1}=8$$

이다. 구하고자 하는 값은 $\lim_{x\to\infty}xf(x)$ 이다.

주어진 극한 식을 $\lim_{x\to\infty}xf(x)$ 를 포함하는 형태로 변형한다.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x^2+3)f(x)}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+3}{x(x-1)}\times xf(x)\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{x^2-x}\times\lim_{x\to\infty}xf(x)=8$$

이다.

이때

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3}{x^2-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+3/x^2}{1-1/x}=2$$

이므로, $2\times\lim_{x\to\infty}xf(x)=8$ 이다.

따라서, $\lim_{x\to\infty}xf(x)=4$ 이다. [3점]

---

11. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 삼각함수의 각 변환 공식과 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 특정 삼각함수의 값을 구한다.

[풀이]

주어진 조건 $\tan(\pi+\theta)=\frac{3}{4}$ 에서 각 변환 공식에 의해 $\tan\theta=\frac{3}{4}$ 이다.

또한, $\tan\theta>0$ 이고 $\cos\theta<0$ 이므로, 각 θ 는 제3사분면의 각이다.

구하고자 하는 값은 $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)$ 이며, 각 변환 공식에 의해 $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\sin\theta$ 이다.

$\tan\theta=\frac{3}{4}$ 이므로, $1+\tan^2\theta=\sec^2\theta$ 관계식을 이용하면 $\sec^2\theta=1+\left(\frac{3}{4}\right)^2=1+\frac{9}{16}=\frac{25}{16}$ 이다.

따라서 $\cos^2\theta=\frac{16}{25}$ 이고, $\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$ 이다.

θ 가 제3사분면의 각이므로 $\sin\theta<0$ 이다. 따라서 $\sin\theta=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$ 이다.

그러므로 $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\sin\theta=-\frac{3}{5}$ 이다.

---

12. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 극한으로 표현된 조건을 해석하여 미분계수를 구하고, 이를 활용하여 주어진 값을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이]

함수 $g(x)=(x^2-4x+3)f(x)=(x-1)(x-3)f(x)$ 이고, $f(x)$ 는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이다.

주어진 식의 첫 번째 항은

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-3)f(x)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x-3)f(x)=-2f(1)$$

이다.

두 번째 항은

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-1)(x-3)f(x)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x-1)f(x)=2f(3)$$

이다.

따라서 주어진 조건은 $-2f(1)+2f(3)=20$ 이므로, 양변을 2로 나누면 $f(3)-f(1)=10$ 이다.

---

13. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 탄젠트 함수의 주기성을 이용하여 교점의 좌표와 함수의 상수를 구하고, 이를 통해 식의 값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $y=a\tan(ax)$ 의 주기는 $a>0$ 이므로 $\frac{\pi}{a}$ 이다. 첫 번째 양수 교점의 x 좌표 x_1 이 주기의 $\frac{1}{3}$ 배이므로 $x_1=\frac{1}{3}\times\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{3a}$ 이다.

탄젠트 함수의 주기성에 의해 이웃한 교점의 x 좌표의 차는 주기와 같으므로 $x_2=x_1+\frac{\pi}{a}=\frac{\pi}{3a}+\frac{\pi}{a}=\frac{4\pi}{3a}$ 이다.

주어진 조건 $x_1+x_2=4\pi$ 에 위에서 구한 식을 대입하면 $\frac{\pi}{3a}+\frac{4\pi}{3a}=\frac{5\pi}{3a}=4\pi$ 이다. 이 식을 정리하면 $5=12a$, 즉 $a=\frac{5}{12}$ 이다. 점 (x_1,b) 는 함수 $y=a\tan(ax)$ 의 그래프 위의 점이므로 $b=\tan(ax_1)$ 이다. $a=\frac{5}{12}$ 를 x_1 의 식에 대입하면 $x_1=\frac{\pi}{3\times(5/12)}=\frac{4\pi}{5}$ 이다. 따라서 $b=\tan\left(\frac{5}{12}\times\frac{4\pi}{5}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$ 이다. 구하는 값은 $a\times b=\frac{5}{12}\times\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{12}$ 이다.

---

14. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 함수의 연속성을 이용하여 미정계수를 결정하고 함숫값을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=1$ 에서도 연속이다.

따라서

$$f(1)=\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax+b}{\sqrt{x+3}-2}$$

가 성립한다.

$x\to 1$ 일 때 분모가 0 으로 수렴하므로, 극한값이 존재하기 위해 분자도 0 으로 수렴해야 한다.

$\lim_{x\to 1}(x^2+ax+b)=1+a+b=0$ 이므로 $b=-a-1$ 이다.

$$f(1)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax-(a+1)}{\sqrt{x+3}-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+a+1)}{\sqrt{x+3}-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+a+1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}=\lim_{x\to 1}(x+a+1)(\sqrt{x+3}+2)=(a+2)(4)=4a+8$$

이다.

한편, 조건 (나)에서 $f(-2)=6$ 이므로, $f(-2)=\frac{(-2)^2+a(-2)+b}{\sqrt{-2+3-2}}=\frac{4-2a+b}{1-2}=2a-b-4$ 이다.

$2a-b-4=6$ 이므로 $2a-b=10$ 이다.

$b=-a-1$ 을 대입하면 $2a-(-a-1)=10$, $3a+1=10$ 에서 $3a=9$ 이므로 $a=3$ 이다.

따라서 $f(1)=4a+8=4(3)+8=20$ 이다.

---

15. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 수열의 귀납적 정의를 구하고, 이를 통해 주어진 조건을 만족시키는 상수의 값을 구한다.

[풀이]

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n+S_n=2n+k$ 가 성립한다.

$n\geq 2$ 일 때, $a_{n-1}+S_{n-1}=2(n-1)+k$ 이므로 두 식의 차를 구하면 $(a_n-a_{n-1})+(S_n-S_{n-1})=2$ 이다.

$S_n-S_{n-1}=a_n$ 이므로, $2a_n-a_{n-1}=2$, 즉 $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}+1$ ($n\geq 2$)이다.

$n=1$ 일 때, $a_1+S_1=2+k$ 에서 $2a_1=2+k$ 이므로 $a_1=1+\frac{k}{2}$ 이다.

점화식은 $a_n-2=\frac{1}{2}(a_{n-1}-2)$ 로 변형되는데, 이 관계가 $n=2$ 일 때도 성립하는지 확인해야 한다.

$n=2$ 일 때 $a_2+S_2=4+k$, 즉 $a_1+2a_2=4+k$ 이다. $k=2a_1-2$ 를 대입하면 $a_1+2a_2=4+(2a_1-2)=2a_1+2$ 이므로 $a_2=\frac{1}{2}a_1+1$ 이 성립한다.

따라서 수열 $\{a_n-2\}$ 는 첫째항 $a_1-2=\frac{k-2}{2}$ 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.

$a_n=2+(a_1-2)(\frac{1}{2})^{n-1}=2+\frac{k-2}{2}(\frac{1}{2})^{n-1}=2+(k-2)(\frac{1}{2})^n$ 이다.

$$S_4=\sum_{i=1}^{4}a_i=\sum_{i=1}^{4}(2+(k-2)(\tfrac{1}{2})^i)=8+(k-2)\sum_{i=1}^{4}(\tfrac{1}{2})^i$$

이다.

$$\sum_{i=1}^{4}(\tfrac{1}{2})^i=\frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{2})^4)}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$$

이므로, $S_4=8+(k-2)\frac{15}{16}=23$ 이다.

$(k-2)\frac{15}{16}=15$ 에서 $k-2=16$ 이므로 $k=18$ 이다.

---

16. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 함수의 극한의 성질과 인수정리를 이용하여 두 이차함수를 결정하고 함숫값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이고 $g(-1)=0$ 이므로, 상수 a 에 대하여 $g(x)=(x+1)(x-a)$ 로 놓을 수 있습니다.

주어진 극한 식

$$\lim_{x\to -1}\frac{f(x)}{(x+1)g(x)}=\frac{1}{4}$$

에서 $x\to -1$ 일 때 분모가 $(x+1)g(x)=(x+1)^2(x-a)\to 0$ 이고 극한값이 존재하므로 분자도 $f(x)\to 0$ 이어야 합니다. 즉, $f(-1)=0$ 입니다.

분모가 $(x+1)^2$ 을 인수로 가지므로, 극한값이 0이 아닌 $\frac{1}{4}$ 로 수렴하기 위해서는 분자 $f(x)$ 도 $(x+1)^2$ 을 인수로 가져야 합니다. $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x)=(x+1)^2$ 로 특정됩니다.

이 $f(x)$ 를 극한 식에 대입하면

$$\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2(x-a)}=\lim_{x\to -1}\frac{1}{x-a}=\frac{1}{-1-a}$$

입니다.

이 극한값이 $\frac{1}{4}$ 이므로 $\frac{1}{-1-a}=\frac{1}{4}$ 이고, $-1-a=4$ 에서 $a=-5$ 를 얻습니다. 따라서 $g(x)=(x+1)(x+5)$ 입니다.
$f(3)=(3+1)^2=16$ 이고 $g(3)=(3+1)(3+5)=32$ 이므로, $f(3)+g(3)=16+32=48$ 입니다.

---

17. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 삼각함수를 이차함수로 치환하고, 주어진 구간에서 함수의 최솟값이 존재할 조건을 통해 미지수의 값을 구한 후, 새롭게 결정된 구간에서 함수의 최댓값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)=-2\sin^2 x-\sin x+1$ 에서 $\sin x=t$ 로 놓으면, $g(t)=-2t^2-t+1$ 이다. $x\to-\frac{\pi}{2}^+$ 일 때 $t\to-1^+$ 이므로,

$$\lim_{x\to-\frac{\pi}{2}^+}f(x)=\lim_{t\to-1^+}g(t)=-2(-1)^2-(-1)+1=0$$

이다.

$f(x)=-(2\sin x-1)(\sin x+1)$ 이고, $x>-\frac{\pi}{2}$ 이고 x 가 $-\frac{\pi}{2}$ 에 가까울 때 $\sin x>-1$ 이고 $\sin x$ 는 -1 에 가까운 값이므로 $2\sin x-1<0$ 이다. 따라서 $f(x)>0$ 이다. 즉, 함수 $f(x)$ 의 값은 0 에 가까워지지만 0 보다 크므로, 구간 $\left(-\frac{\pi}{2},a\right]$ 에서 최솟값을 가지려면 $f(x)=0$ 이 되는 x 의 값이 구간에 포함되어야 한다. $f(x)=0$ 에서 $\sin x=\frac{1}{2}$ 또는 $\sin x=-1$ 이다. $x>-\frac{\pi}{2}$ 이므로 $\sin x=-1$ 인 해는 없다. $\sin x=\frac{1}{2}$ 을 만족하는 가장 작은 양수 x 는 $\frac{\pi}{6}$ 이다. 따라서 $a\geq\frac{\pi}{6}$ 이어야 하고, a 의 최솟값 p 는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

구간 $\left(-\frac{\pi}{2},p\right]=\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}\right]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 구해야 한다. $x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}\right]$ 일 때 $t=\sin x$ 의 범위는 $t\in\left(-1,\frac{1}{2}\right]$ 이다.
$g(t)=-2t^2-t+1=-2(t+\frac{1}{4})^2+\frac{9}{8}$ 이다. $t=-\frac{1}{4}$ 일 때 $g(t)$ 는 최댓값을 갖는다. $t=-\frac{1}{4}$ 은 구간 $\left(-1,\frac{1}{2}\right]$ 에 포함되므로, $f(x)$ 의 최댓값 M 은 $g(-\frac{1}{4})=\frac{9}{8}$ 이다.

따라서 $p\times M=\frac{\pi}{6}\times\frac{9}{8}=\frac{3\pi}{16}$ 이다.

---

18. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 삼각형의 넓이 공식과 코사인법칙을 이용하여 두 점 사이의 거리를 구하는 문제이다.

[풀이] $\overline{AB}=c$ 라 하면 조건에 의해 $\overline{AC}=3c$ 이다. 삼각형 ABC에 대한 코사인법칙은 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cos A$ 이다. 문제에 주어진 조건 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-\overline{AB}\cdot\overline{AC}$ 와 비교하면 $2\cos A=1$ 이므로 $\cos A=\frac{1}{2}$ 이다. $0<A<\pi$ 이므로 $\sin A=\sqrt{1-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.
점 M은 선분 AB의 중점이므로 $\overline{AM}=\frac{c}{2}$ 이고, 점 N은 선분 AC를 1:2로 내분하므로 $\overline{AN}=\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{3}(3c)=c$ 이다. 삼각형 AMN의 넓이는 $\frac{1}{2}\cdot\overline{AM}\cdot\overline{AN}\sin A=\frac{1}{2}\cdot\frac{c}{2}\cdot c\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{8}c^2$ 이다. 넓이가 $2\sqrt{3}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}}{8}c^2=2\sqrt{3}$ 에서 $c^2=16$, 즉 $c=4$ 이다.
따라서 $\overline{AM}=\frac{4}{2}=2$, $\overline{AN}=4$ 이다. 삼각형 AMN에 코사인법칙을 적용하면,
$\overline{MN}^2=\overline{AM}^2+\overline{AN}^2-2\overline{AM}\cdot\overline{AN}\cos A=2^2+4^2-2\cdot2\cdot4\cdot\frac{1}{2}=4+16-8=12$ 이다.

---

19. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 지수함수의 평행이동 관계와 직선의 기울기 및 선분의 중점 조건을 종합적으로 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

곡선 $y=2^{x-2}+30$ 은 곡선 $y=2^x$ 를 x 축 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 30만큼 평행이동한 것이다. 곡선 $y=2^x$ 위의 임의의 점 $(p,2^p)$ 를 평행이동한 점은 $(p+2,2^p+30)$ 이고, 이 두 점을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{(2^p+30)-2^p}{(p+2)-p}=\frac{30}{2}=15$ 이다.
직선 l 의 기울기가 15이므로, 점 C는 점 A를, 점 D는 점 B를 각각 평행이동한 것이다. 따라서 $x_C=x_A+2$ 이다. 점 C가 선분 AB의 중점이므로 $x_C=\frac{x_A+x_B}{2}$ 이다. 두 식에서 $x_A+2=\frac{x_A+x_B}{2}$ 이고, 이를 정리하면 $x_B=x_A+4$ 이다.
두 점 A $(x_A,2^{x_A})$, B $(x_A+4,2^{x_A+4})$ 는 기울기가 15인 직선 l 위의 점이므로, $\frac{2^{x_A+4}-2^{x_A}}{(x_A+4)-x_A}=15$ 이다. $\frac{16\cdot2^{x_A}-2^{x_A}}{4}=15$ 에서 $15\cdot2^{x_A}=60$

, 즉 $2^{x_A}=4$ 이므로 $x_A=2$ 이다. 따라서 $x_B=2+4=6$ 이다. 구하는 값은 $x_A+x_B=2+6=8$ 이다.

---

20. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 구간별로 정의된 함수와 평균변화율의 개념을 이용하여 새로운 함수의 성질을 추론할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

양수 t 에 대하여 $g(t)$ 는 x 의 값이 -1 에서 t 까지 변할 때의 함수 $f(x)$ 의 평균변화율이므로 $g(t)=\frac{f(t)-f(-1)}{t-(-1)}=\frac{f(t)-(1+a)}{t+1}$ 이다. t 의 값의 범위에 따라 함수 $g(t)$ 를 구하면 다음과 같다.

(i) $0<t<2$ 일 때, $f(t)=0$ 이므로 $g(t)=\frac{0-(1+a)}{t+1}=-\frac{a+1}{t+1}$

(ii) $t\geq 2$ 일 때, $f(t)=-1$ 이므로 $g(t)=\frac{-1-(1+a)}{t+1}=-\frac{a+2}{t+1}$

ㄱ. $a=1$ 일 때, $0<1<2$ 이므로 $g(1)=-\frac{1+1}{1+1}=-1$ 이다. (참)

ㄴ. 함수 $g(t)$ 의 최솟값을 구하기 위해 a 의 값의 범위를 나눈다.

(1) $a>-\frac{1}{2}$ 일 때: $a+1>\frac{1}{2}>0$ 이고, $-2a-1<0$ 이다. $g(t)$ 는 $t>0$ 에서 증가하므로 최솟값은 $\lim_{t\to 0+}g(t)=-(a+1)$ 이다. $-(a+1)=-\frac{5}{3}$ 에서 $a=\frac{2}{3}$ 이고, 이는 $a>-\frac{1}{2}$ 를 만족시킨다. 이때 $g(3)=-\frac{a+2}{3+1}=-\frac{2/3+2}{4}=-\frac{8/3}{4}=-\frac{2}{3}\neq -1$ 이다.

(2) $a\leq -\frac{1}{2}$ 일 때: $g(t)$ 는 $t=2$ 근방에서 감소하거나, $a<-1$ 이면 $g(t)>0$ 이므로 음수인 최솟값을 가질 수 없다. $a=-1$ 일 때 최솟값은 $-\frac{1}{3}$, $a=-2$ 일 때 최솟값은 0 이다. 따라서 최솟값이 $-\frac{5}{3}$ 가 되는 경우는 $a=\frac{2}{3}$ 일 때뿐이다. (거짓)

ㄷ. $g(t)$ 가 열린구간에서 상수함수이려면 $g'(t)=0$ 이어야 한다. $g'(t)=\frac{a+1}{(t+1)^2}$ ($0<t<2$) 또는 $g'(t)=\frac{a+2}{(t+1)^2}$ ($t>2$)이므로, $a=-1$ 또는 $a=-2$ 일 때 $g(t)$ 는 상수함수가 되는 구간이 존재한다.

(1) $a=-1$ 일 때: $f(x)=x(x+1)$ ($x<0$). 방정식 $f(x)=-\frac{1}{4}$ 은 $x^2+x+\frac{1}{4}=0$ 이므로 중근 $x=-\frac{1}{2}$ 을 갖는다. 즉, 실근이 한 개이다.

(2) $a=-2$ 일 때: $f(x)=x(x+2)$ ($x<0$). 방정식 $f(x)=-\frac{1}{4}$ 은 $x^2+2x+\frac{1}{4}=0$ 이므로 서로 다른 두 실근 $x=-1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 갖는다. 두 근 모두 $x<0$ 을 만족시킨다.

명제 'p이면 q이다'는 p를 만족하는 모든 경우에 q가 성립해야 참이다. $a=-1$ 인 경우는 명제의 가정을 만족하지만 결론을 만족시키지 않으므로 명제는 거짓이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

---

21. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 항의 값의 홀짝성에 따라 다르게 정의된 수열의 점화식을 역으로 추적하여 조건을 만족하는 첫째항의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

조건 (나)의 점화식을 a_n 에 대하여 정리하면, a_{n+1} 이 주어졌을 때 a_n 은 $a_n=a_{n+1}-3$ (단, a_n 은 홀수) 또는 $a_n=2a_{n+1}$ (단, a_n 은 짝수)이다.

$a_5=11$ 이므로 a_4 를 구해보자. $a_4=11-3=8$ 은 홀수라는 조건에 맞지 않고, $a_4=2\times 11=22$ 는 짝수라는 조건에 맞으므로 $a_4=22$ 이다.

$a_4=22$ 이므로 a_3 는 $a_3=22-3=19$ (홀수) 또는 $a_3=2\times 22=44$ (짝수)로 두 가지 경우가 가능하다.

(i) $a_3=19$ 일 경우

$a_2=19-3=16$ 은 홀수여야 한다는 조건에 맞지 않으므로, $a_2=2\times 19=38$ (짝수)이다.

$a_2=38$ 에서 a_1 을 구하면, $a_1=38-3=35$ (홀수)와 $a_1=2\times 38=76$ (짝수) 모두 가능하다.

(ii) $a_3=44$ 일 경우

$a_2=44-3=41$

(홀수) 또는 $a_2 = 2 \times 44 = 88$ (짝수) 모두 가능하다.

$a_2 = 41$ 이면 $a_1 = 41 - 3 = 38$ 은 홀수여야 한다는 조건에 맞지 않으므로, $a_1 = 2 \times 41 = 82$ (짝수)이다.

$a_2 = 88$ 이면 $a_1 = 88 - 3 = 85$ (홀수)와 $a_1 = 2 \times 88 = 176$ (짝수) 모두 가능하다.

가능한 a_1 의 값들의 집합은 $\{35, 76, 82, 85, 176\}$ 이다. 따라서 최댓값 $M = 176$, 최솟값 $m = 35$ 이다.

그러므로 $M - m = 176 - 35 = 141$ 이다.

---

22. 정답 및 풀이

정답: 3

[출제의도] 로그의 성질을 이용하여 미지수를 포함한 로그 등식을 풀 수 있는가를 평가한다.

[풀이] 주어진 등식 $\log_2 24 - 2\log_2 \sqrt{a} = 3$ 에서 로그의 성질 $k\log_b M = \log_b M^k$ 를 이용하면 $2\log_2 \sqrt{a} = \log_2 (\sqrt{a})^2 = \log_2 a$ 입니다.

따라서 주어진 등식은 $\log_2 24 - \log_2 a = 3$ 으로 정리할 수 있습니다. 밑이 같은 로그의 뺄셈 성질을 이용하면 $\log_2 \frac{24}{a} = 3$ 이고, 로그의 정의에 따라 $\frac{24}{a} = 2^3 = 8$ 입니다. 그러므로 구하는 양수 a 의 값은 3 입니다.

---

23. 정답 및 풀이

정답: 6

[출제의도] 부채꼴의 중심각, 둘레의 길이, 넓이 사이의 관계를 이용하여 미지수의 값을 구하는 문제이다.

[풀이]

부채꼴의 반지름의 길이를 r , 호의 길이를 l 이라 하자. 중심각의 크기가 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 이고, 호의 길이 공식은 $l = r\theta$ 이므로 $l = \frac{\pi}{3}r$ 이다.

부채꼴의 둘레의 길이는 $2r + l$ 이므로, 주어진 조건에 따라 $2r + \frac{\pi}{3}r = 12 + 2\pi$ 이다.

위 식의 좌변을 r 에 대하여 정리하면 $r(2 + \frac{\pi}{3}) = r\frac{6+\pi}{3}$ 이고, 우변은 $2(6 + \pi)$ 이므로 $r\frac{6+\pi}{3} = 2(6 + \pi)$ 이다.

따라서 반지름의 길이 $r = 6$ 이다.

부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 6^2 \times \frac{\pi}{3} = 6\pi$ 이다.

문제에서 넓이가 $k\pi$ 라고 하였으므로, k 의 값은 6 이다.

---

24. 정답 및 풀이

정답: 3

[출제의도] 정적분으로 정의된 함수의 극한을 미분계수의 정의를 이용하여 계산하고, 이를 통해 함수의 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하면 $F'(x) = f(x)$ 이다.

주어진 극한 값은 미분계수의 정의에 의해 다음과 같이 변형된다.

$$\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_{2-h}^{2+h} f(t)dt = \lim_{h \to 0} \frac{F(2+h) - F(2-h)}{h} = 2F'(2) = 2f(2)$$

문제의 조건에서 $2f(2) = 20$ 이므로, $f(2) = 10$ 이다.

$f(x) = 2x^3 + ax$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 2(2^3) + 2a = 16 + 2a$ 이다.

따라서 $16 + 2a = 10$ 에서 $2a = -6$, 즉 $a = -3$ 이다.

구하는 값은 $-a$ 이므로, 답은 $-(-3) = 3$ 이다.

---

25. 정답 및 풀이

정답: 17

[출제의도] 등차수열의 일반항과 합의 성질을 이용하여 특정 항의 값을 구한다.

[풀이]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하자.

$a_4 + a_8 = (a+3d) + (a+7d) = 2a + 10d = 22$ 이므로 $a + 5d = 11$ 이다.

$S_6 = \frac{6(2a+5d)}{2} = 3(2a+5d) = 36$ 이므로 $2a + 5d = 12$ 이다.

두 식 $2a + 5d = 12$ 와 $a + 5d = 11$ 을 연립하여 풀면 $a = 1, d = 2$ 이다.

따라서 $a_9 = a + 8d = 1 + 8(2) = 17$ 이다.

---

26. 정답 및 풀이

정답: 32

[출제의도] 합의 기호

$$\sum$$

의 성질을 이용하여 수열의 일반항을 구하고, 이를 이용하여 주어진 수열의 합을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$b_k = ka_k$ 라 하면, 주어진 식의 좌변은 망원급수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{n-1}\{(k+1)a_{k+1} - ka_k\} = \sum_{k=1}^{n-1}(b_{k+1} - b_k) = b_n - b_1 = na_n - 1 \cdot a_1$$

이다.

$n \geq 2$ 일 때, $na_n - a_1 = n^3 + n^2 - 2$ 이고, 첫째항이 $a_1 = 2$ 이므로 $na_n - 2 = n^3 + n^2 - 2$ 이다. 즉, $na_n = n^3 + n^2 = n^2(n+1)$ 이다. 따라서 $a_n = n(n+1)$ 이다. ($n \geq 2$)

$n = 1$ 일 때, $a_1 = 1(1+1) = 2$ 이므로, 이 식은 $n = 1$ 일 때도 성립한다.

구하고자 하는 값은

$$\sum_{k=1}^{8}\frac{36}{a_k} = \sum_{k=1}^{8}\frac{36}{k(k+1)}$$

이다.

이는 부분분수 분해를 이용하면 다음과 같이 계산된다.

$$\sum_{k=1}^{8}36(\tfrac{1}{k} - \tfrac{1}{k+1}) = 36\{(1-\tfrac{1}{2}) + (\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{3}) + \cdots + (\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{9})\}$$

$= 36(1 - \frac{1}{9}) = 36 \times \frac{8}{9} = 32$ 이다.

따라서 구하는 값은 32이다.

---

27. 정답 및 풀이

정답: 46

[출제의도] 등차수열의 합과 일반항의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 공차를 찾고 그 절댓값의 합을 구한다.

[풀이] 조건 (가)에서 등차수열의 합 공식에 의해

$$\sum_{k=1}^{10}a_k = \frac{10(2a_1 + 9d)}{2} = 110$$

MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사

이므로, $2a_1 + 9d = 22$ 이다.

조건 (나)에서 $|a_k| = |a_{k+2}|$ 이고 $a_k \neq a_{k+2}$ 이므로 $a_k = -a_{k+2}$, 즉 $a_k + a_{k+2} = 0$ 이다. 등차중항의 성질에 의해 $a_{k+1} = 0$ 이므로 $a_1 + kd = 0$, 즉 $a_1 = -kd$ 이다.

두 식을 연립하여 a_1 을 소거하면 $2(-kd) + 9d = 22$ 에서 $d(9 - 2k) = 22$ 이다.

d 는 0이 아닌 정수이고 k 는 자연수이므로, $9 - 2k$ 는 22의 약수인 동시에 $k \geq 1$ 로부터 $9 - 2k \leq 7$ 인 홀수이다.

가능한 $9 - 2k$ 의 값은 $1,\ -1,\ -11$ 이다.

(i) $9 - 2k = 1$ 일 때 $k = 4$, $d = 22$ 이다.

(ii) $9 - 2k = -1$ 일 때 $k = 5$, $d = -22$ 이다.

(iii) $9 - 2k = -11$ 일 때 $k = 10$, $d = -2$ 이다.

따라서 가능한 모든 d 의 값은 $22,\ -22,\ -2$ 이고, 그 절댓값의 합은 $|22| + |-22| + |-2| = 46$ 이다.

---

28. 정답 및 풀이

정답: 1

[출제의도] 함수의 연속성과 사이값 정리를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 함숫값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 함수 $h(x) = f(x) + x$ 라 하자. 조건 (나)에 의해 $h(x) \neq 0$ 이고, 조건 (가)에 의해 함수 $h(x)$ 는 구간 $[0, 2)$ 와 $(2, 3]$ 에서 연속이다.

사이값 정리에 의해 연속인 각 구간에서 $h(x)$ 의 부호는 일정하다. $\lim_{x \to 2} f(x) = L$ 이라 하면 $\lim_{x \to 2} h(x) = L + 2$ 이다.

구간 $[0, 2)$ 에서 $h(0) \cdot \lim_{x \to 2^-} h(x) \geq 0$ 이므로 $f(0)(L + 2) \geq 0$ 이다.

구간 $(2, 3]$ 에서 $h(3) \cdot \lim_{x \to 2^+} h(x) \geq 0$ 이므로 $(f(3) + 3)(L + 2) \geq 0$ 이다.

조건 (나)에서 $f(0) = -3 - f(3)$ 이므로, 이를 $f(0)(L + 2) \geq 0$ 에 대입하면 $(-3 - f(3))(L + 2) \geq 0$, 즉 $(f(3) + 3)(L + 2) \leq 0$ 이다.

두 부등식을 모두 만족시키려면 $(f(3) + 3)(L + 2) = 0$ 이어야 한다.

만약 $f(3) = -3$ 이면 $f(0) = 0$ 이 되어 $h(0) = f(0) + 0 = 0$ 이므로 조건 (나)에 모순이다.

따라서 $L + 2 = 0$, 즉 $L = -2$ 이다.

조건 (다)에 $L = -2$ 를 대입하면 $-2 = -2f(3) - 6$ 이므로 $f(3) = -2$ 이다.

$f(0) = -3 - f(3) = -3 - (-2) = -1$ 이므로 구하는 값은 $f(0)^2 = (-1)^2 = 1$ 이다.

---

29. 정답 및 풀이

정답: 3

[출제의도] 삼각방정식의 해의 개수를 정수 매개변수의 조건에 따라 분석하여 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 주어진 방정식의 해는 $\cos x = \frac{k}{2}$ 또는 $\cos x = \frac{k-3}{2}$ 의 해와 같다. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 방정식 $\cos x = a$ 의 실근의 개수는 $|a| < 1$ 일 때 2개, $a = \pm 1$ 일 때 1개, $|a| > 1$ 일 때 0개이다. 두 값 $\frac{k}{2}$ 와 $\frac{k-3}{2}$ 는 항상 다르므로, 총 실근의 개수가 3이 되려면 한 방정식의 근은 1개, 다른 방정식의 근은 2개여야 한다.

1) $\cos x = \frac{k}{2}$ 가 1개의 근, $\cos x = \frac{k-3}{2}$ 가 2개의 근을 갖는 경우:

$\frac{k}{2} = \pm 1$ 이고 $-1 < \frac{k-3}{2} < 1$ 이어야 한다.

$k = 2$ 일 때, $\cos x = 1$ (근 1개), $\cos x = -\frac{1}{2}$ (근 2개)이므로 성립한다.

$k = -2$ 일 때, $\cos x = -1$ (근 1개), $\cos x = -\frac{5}{2}$ (근 0개)이므로 성립하지 않는다.

2) $\cos x = \frac{k}{2}$ 가 2개의 근, $\cos x = \frac{k-3}{2}$ 가 1개의 근을 갖는 경우:

$-1 < \frac{k}{2} < 1$ 이고 $\frac{k-3}{2} = \pm 1$ 이어야 한다.

$\frac{k-3}{2} = 1$, 즉 $k = 5$ 일 때, $\cos x = \frac{5}{2}$ (근 0개)이므로 성립하지 않는다.

$\frac{k-3}{2} = -1$, 즉 $k = 1$ 일 때, $\cos x = \frac{1}{2}$ (근 2개), $\cos x = -1$ (근 1개)이므로 성립한다.

따라서 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값은 $1, 2$ 이고, 그 합은 $1 + 2 = 3$ 이다.

---

30. 정답 및 풀이

정답: 48

[출제의도] 정적분으로 정의된 함수의 연속성과 방정식의 실근 조건을 이용하여 삼차함수를 추론하고 함숫값을 구하는 문항이다.

[풀이]

함수 $g(x)$ 의 정의에 따라

$$H(x)=\int_0^x f(t)dt$$

라 하자. $f(x)$ 가 삼차함수이므로 $H(x)$ 는 사차함수이고 $H(0)=0$ 이다.

$$g(x)=\begin{cases} H(x)+4 & (x<2) \\ -H(x)-4 & (x\geq 2) \end{cases}$$

조건 (가)에서 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=2$ 에서 연속이다.
$\lim_{x\to 2-} g(x)=\lim_{x\to 2+} g(x)$ 에서 $H(2)+4=-H(2)-4$ 이므로 $2H(2)=-8$, 즉 $H(2)=-4$ 이다.
또한 $g(-2)=0$ 이고 $-2<2$ 이므로 $g(-2)=H(-2)+4=0$ 에서 $H(-2)=-4$ 이다.

조건 (나)에서 $g(2)=-H(2)-4=-(-4)-4=0$ 이므로, 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근만을 갖는다.
$x<2$ 일 때 $g(x)=0$ 에서 $H(x)+4=0$, 즉 $H(x)=-4$ 이다.
$x\geq 2$ 일 때 $g(x)=0$ 에서 $-H(x)-4=0$, 즉 $H(x)=-4$ 이다.
결국 방정식 $H(x)=-4$ 는 서로 다른 두 실근만을 갖는다.
(가)에서 $H(2)=-4$, $H(-2)=-4$ 이므로 방정식 $H(x)=-4$ 의 두 실근은 $x=-2$ 와 $x=2$ 이다.

$H(x)+4=0$ 이라는 사차방정식이 $x=-2$ 와 $x=2$ 만을 실근으로 가지므로, 두 근 모두 중근이어야 한다.
따라서 사차함수 $H(x)$ 는 $x=-2$ 와 $x=2$ 에서 극솟값 -4 를 갖는다.
$H'(x)=f(x)$ 이므로 $H(x)$ 가 $x=-2$ 와 $x=2$ 에서 극값을 가지려면 $f(-2)=0$ 이고 $f(2)=0$ 이어야 한다.
또한, 두 극소점 사이에 극대점이 존재해야 하므로, 대칭성에 의해 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다. 따라서 $f(0)=0$ 이다.
$f(x)$ 는 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수이고 세 근이 $-2,0,2$ 이므로 $f(x)=k(x+2)x(x-2)$ ($k>0$)로 놓을 수 있다.

$$H(x)=\int_0^x k(t^3-4t)dt=k(\tfrac{1}{4}x^4-2x^2)$$

이다.
$H(2)=-4$ 이므로 $k(\frac{1}{4}\cdot 2^4-2\cdot 2^2)=k(4-8)=-4k=-4$ 에서 $k=1$ 이다.
따라서 $f(x)=x^3-4x$ 이다.

구하는 값은 $f(4)=4^3-4(4)=64-16=48$ 이다.

MathGenix 2026년 고2 10월 모의고사