MathGenix 2026년 고1 10월 모의고사 대비 시험 02 정답 및 풀이

ID : MG-H1-2610-02-SOL 출제 : MathGenix

본 자료의 저작권은 MathGenix에 있습니다. 무단 복제·배포·재가공 금지 | https://mathgenix.net

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	⑤	②	③	③	③	③	②	⑤	④

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
③	④	③	④	④	④	③	④	③	④

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
③	4	5	2	288	80	9	44	17	64

---

1. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 다항식의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 이용하여 주어진 등식을 만족시키는 미지 다항식을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

주어진 등식 $2A+X=3B$ 에서 다항식 X 를 구하기 위해 식을 이항하면 $X=3B-2A$ 이다.

주어진 다항식 A 와 B 를 대입하여 X 를 계산하면 다음과 같다.

$X=3(x^2-2xy+y^2)-2(3x^2+xy-y^2)$

$=(3x^2-6xy+3y^2)-(6x^2+2xy-2y^2)$

$=3x^2-6xy+3y^2-6x^2-2xy+2y^2$

동류항끼리 정리하면 $X=(3-6)x^2+(-6-2)xy+(3+2)y^2$ 이다.

따라서 구하는 다항식 X 는 $-3x^2-8xy+5y^2$ 이다.

---

2. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도] 원의 정의를 이해하고 두 점 사이의 거리 공식을 적용할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

원의 반지름의 길이는 원의 중심과 원 위의 한 점 사이의 거리와 같습니다.

주어진 원의 중심은 $(2,\ -1)$ 이고 원 위의 한 점은 $(5,3)$ 이므로, 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 반지름의 길이를 구합니다.

따라서 반지름의 길이는 $\sqrt{(5-2)^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ 입니다.

---

3. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 이용하여 주어진 행렬 방정식을 만족시키는 미지 행렬의 모든 성분의 합을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

주어진 행렬 등식 $2X+A=B$ 를 행렬 X 에 대하여 정리하면 $2X=B-A$ 이고, $X=\frac{1}{2}(B-A)$ 이다.

먼저 행렬 $B-A$ 를 계산하면 다음과 같다.

$B-A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 1\\ -2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 2\\ 2 & -2\end{pmatrix}$

따라서 행렬 $X=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-4 & 2\\ 2 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ 이므로, 행렬 X 의 모든 성분의 합은 $-2+1+1+(-1)=-1$ 이다.

---

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 이차부등식과 일차부등식으로 구성된 연립부등식의 정수 해를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

첫 번째 부등식 $x^2 - 8x + 12 \le 0$ 을 인수분해하면 $(x-2)(x-6) \le 0$ 이므로 해는 $2 \le x \le 6$ 이다.

두 번째 부등식 $5x - 17 < 2x - 5$ 를 정리하면 $3x < 12$ 이므로 해는 $x < 4$ 이다.

두 부등식의 해의 공통 범위는 $2 \le x < 4$ 이다.

따라서 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x 는 2, 3이므로 모든 정수 x 의 값의 합은 $2 + 3 = 5$ 이다.

---

5. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 다항식의 나눗셈과 항등식의 관계를 이해하고 인수정리를 이용하여 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ 가 이차식 $x^2 - x - 2$ 로 나누어떨어지므로, $P(x)$ 는 $x^2 - x - 2$ 의 인수로 나누어떨어진다.

나누는 식을 인수분해하면 $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$ 이다.

인수정리에 따라 $P(2) = 0$ 이고 $P(-1) = 0$ 이어야 한다.

$P(2) = 2^3 + a(2^2) + b = 8 + 4a + b = 0$ 에서 $4a + b = -8$ 이다.

$P(-1) = (-1)^3 + a(-1)^2 + b = -1 + a + b = 0$ 에서 $a + b = 1$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면, $(4a + b) - (a + b) = -8 - 1$ 에서 $3a = -9$ 이므로 $a = -3$ 이다.

$a = -3$ 을 $a + b = 1$ 에 대입하면 $b = 4$ 이다.

따라서 구하는 값은 $a - b = -3 - 4 = -7$ 이다.

---

6. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 다항식의 전개식에서 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 등식은 x, y 에 대한 항등식이므로 양변의 동류항의 계수가 서로 같아야 한다.

좌변을 전개하면 $(ax + y - 3)^2 = (ax)^2 + y^2 + (-3)^2 + 2(ax)(y) + 2(y)(-3) + 2(-3)(ax) = a^2x^2 + y^2 + 9 + 2axy - 6y - 6ax$ 이다.

이 식을 우변 $4x^2 + bxy + y^2 - 12x + cy + 9$ 와 비교하면,

x^2 의 계수로부터 $a^2 = 4$ 이고, x 의 계수로부터 $-6a = -12$ 이므로 두 식을 모두 만족시키는 a 의 값은 $a = 2$ 이다.

xy 의 계수로부터 $b = 2a = 2(2) = 4$ 이고, y 의 계수로부터 $c = -6$ 이다.

따라서 구하는 값은 $a + b + c = 2 + 4 + (-6) = 0$ 이다.

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 좌표평면에서 선분의 내분점과 중점의 좌표를 구하고, 이를 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

주어진 조건에 따라 점 P 와 Q 의 좌표를 구하고, 선분 PQ 의 중점이 원점임을 이용하여 a 와 b 의 값을 찾는다.

선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점 P 의 좌표는 $\left(\frac{2\cdot 2 + 1\cdot(-4)}{2+1}, \frac{2\cdot 4 + 1\cdot 1}{2+1}\right) = (0, 3)$ 이다.

선분 AC 를 $1:2$ 로 내분하는 점 Q 의 좌표는 $\left(\frac{1\cdot a + 2\cdot(-4)}{1+2}, \frac{1\cdot b + 2\cdot 1}{1+2}\right) = \left(\frac{a-8}{3}, \frac{b+2}{3}\right)$ 이다.

선분 PQ 의 중점은 원점이므로, 중점의 좌표 공식을 이용하면 $\left(\frac{0 + \frac{a-8}{3}}{2}, \frac{3 + \frac{b+2}{3}}{2}\right) = (0, 0)$ 이다. 따라서 $\frac{a-8}{6} = 0$ 에서 $a = 8$ 이고, $\frac{9 + b + 2}{6} = \frac{b+11}{6} = 0$ 에서 $b = -11$ 이다.

따라서 구하는 값은 $a + b = 8 + (-11) = -3$ 이다.

© 2026 MathGenix · 무단 복제·배포·재가공 금지 · https://mathgenix.net · Page 2

8. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

복소수의 사칙연산과 켤레복소수의 성질을 이용하여 주어진 등식을 만족시키는 복소수를 찾고, $z\bar{z}$ 의 값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$z=a+bi$ 라 하자. 이때 a, b 는 실수이고 $b\neq 0$ 이며, $\bar{z}=a-bi$ 이다.

주어진 등식 $2z=i\bar{z}^{\,2}$ 에 대입하면

$2(a+bi)=i(a-bi)^2$ 이다.

우변을 전개하면

$i(a-bi)^2=2ab+(a^2-b^2)i$ 이므로

$2a+2bi=2ab+(a^2-b^2)i$ 이다.

실수부와 허수부를 각각 비교하면

$2a=2ab$, $2b=a^2-b^2$ 이다.

첫째 식에서 $2a(1-b)=0$ 이므로 $a=0$ 또는 $b=1$ 이다.

(i) $a=0$ 인 경우

$2b=-b^2$ 이므로 $b(b+2)=0$ 이다. $b\neq 0$ 이므로 $b=-2$ 이고,

$z\bar{z}=a^2+b^2=4$ 이다.

(ii) $b=1$ 인 경우

$2=a^2-1$ 이므로 $a^2=3$ 이고,

$z\bar{z}=a^2+b^2=3+1=4$ 이다.

따라서 모든 경우에 $z\bar{z}=4$ 이므로 정답은 ②이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도] 나머지정리를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 다항식의 미정계수를 구한다.

[풀이]

다항식 $P(x)=x^3-2x^2+ax+4$ 에 대하여 나머지정리에 의해, $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지 R_1 은 $P(2)$ 이고 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지 R_2 는 $P(-1)$ 이다.

$R_1=P(2)=2^3-2(2^2)+a(2)+4=2a+4$ 이다.

$R_2=P(-1)=(-1)^3-2(-1)^2+a(-1)+4=-a+1$ 이다.

조건 $R_1=R_2+9$ 에서 $2a+4=(-a+1)+9$ 이므로, $3a=6$ 이다.

따라서 상수 a 의 값은 2 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 치환을 이용하여 사차식을 완전제곱식으로 만드는 조건을 이해하고, 다항식의 계수를 구할 수 있다.

[풀이]

$x^2+x=A$ 로 치환하면 주어진 다항식은 $A(A-8)+k=A^2-8A+k$ 이다.

이 식이 완전제곱식이 되려면 $k=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$ 이어야 하고, 이때 식은 $(A-4)^2$ 이 된다.

$A=x^2+x$ 를 다시 대입하면 $(x^2+x-4)^2$ 이다.

문제의 조건 $(x^2+ax+b)^2$ 과 비교하면, 정수 a, b 는 각각 $a=1, b=-4$ 이다.

MathGenix 2026년 고1 10월 모의고사

따라서 구하는 값은 $k+a+b=16+1+(-4)=13$ 이다.

---

11. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

좌표평면에서 중점, 무게중심, 평행사변형의 성질을 이용하여 점의 좌표를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

점 B 의 좌표를 (x_B, y_B) 라 하자. 선분 AB 의 중점이 $(4,1)$ 이므로
$\left(\frac{1+x_B}{2}, \frac{2+y_B}{2}\right)=(4,1)$ 이다.

따라서 $1+x_B=8$, $2+y_B=2$ 이므로 $B=(7,0)$ 이다.

점 C 의 좌표를 (x_C, y_C) 라 하자. 삼각형 ABC 의 무게중심이 $(3,4)$ 이므로
$\left(\frac{1+7+x_C}{3}, \frac{2+0+y_C}{3}\right)=(3,4)$ 이다.

따라서 $x_C=1$, $y_C=10$ 이므로 $C=(1,10)$ 이다.

사변형 $ABDC$ 가 평행사변형이므로 두 대각선 AD 와 BC 의 중점이 같다. 점 $D=(p,q)$ 라 하면
$\left(\frac{1+p}{2}, \frac{2+q}{2}\right)=\left(\frac{7+1}{2}, \frac{0+10}{2}\right)$ 이다.

양변의 좌표를 비교하면
$\frac{1+p}{2}=4$, $\frac{2+q}{2}=5$ 이다.

따라서 $p=7$, $q=8$ 이므로 $p-q=7-8=-1$ 이다.

정답은 ③이다.

---

12. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 복소수의 제곱이 음의 실수가 될 조건을 이해하고, 주어진 관계식을 이용하여 이를 만족하는 변수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 복소수 $z=A+Bi$ (A, B 는 실수)에 대하여 z^2 이 음의 실수가 될 조건은 z 가 순허수여야 하므로, $A=0$ 이고 $B\neq 0$ 이다.
주어진 복소수 z 의 실수부는 $A=x^2-x-2$ 이고 허수부는 $B=y^2+y-6$ 이다.
실수부 조건에 따라 $x^2-x-2=0$ 을 풀면 $(x-2)(x+1)=0$ 이므로 $x=2$ 또는 $x=-1$ 이다.
주어진 관계식 $x-y=2$ 에서 $y=x-2$ 이므로, 각 x 의 값에 대해 허수부 $B\neq 0$ 조건을 확인한다.
(i) $x=2$ 일 때, $y=2-2=0$ 이다. 이때 허수부는 $B=y^2+y-6=0^2+0-6=-6\neq 0$ 이므로 조건을 만족한다.
(ii) $x=-1$ 일 때, $y=-1-2=-3$ 이다. 이때 허수부는 $B=y^2+y-6=(-3)^2+(-3)-6=0$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.
따라서 조건을 만족하는 실수 x 의 값은 2 하나뿐이다. 모든 실수 x 의 값의 곱은 2 이다.

---

13. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 자연수 매개변수를 포함하는 연립이차부등식의 해를 구하고, 주어진 조건을 만족하는 정수 해의 개수를 이용하여 매개변수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

첫 번째 부등식 $x^2-4nx\leq 0$ 을 풀면 $x(x-4n)\leq 0$ 이고, 자연수 n 에 대하여 해는 $0\leq x\leq 4n$ 이다.
두 번째 부등식 $x^2-2nx+n^2-1>0$ 을 풀면 $(x-n)^2-1>0$, 즉 $(x-n-1)(x-n+1)>0$ 이므로 해는 $x<n-1$ 또는 $x>n+1$ 이다.

두 부등식의 공통 범위는 $[0, n-1) \cup (n+1, 4n]$ 이다.
이 범위에 포함되는 정수 x 는 $0, 1, \ldots, n-2$ 와 $n+2, n+3, \ldots, 4n$ 이다.
$n=1$ 일 경우 정수는 $3, 4$ 로 2개이다. $n \geq 2$ 일 경우 정수 x 의 개수는
$(n-2-0+1)+(4n-(n+2)+1)=(n-1)+(3n-1)=4n-2$ 이다. 이 식은 $n=1$ 일 때 $4(1)-2=2$ 이므로 모든 자연수 n 에 대해 성립한다.

주어진 조건에서 정수 x 의 개수가 18이므로, $4n-2=18$ 이다.
따라서 $4n=20$ 에서 $n=5$ 이다.

---

14. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 미지수를 포함하는 두 이차부등식으로 구성된 연립부등식의 해가 유일하게 존재할 조건을 이해하고, 이를 만족시키는 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]
첫 번째 부등식 $x^2-2(a-1)x+a^2-2a-15 \leq 0$ 의 좌변을 인수분해하면 $(x-(a-5))(x-(a+3)) \leq 0$ 이므로, 해는 $a-5 \leq x \leq a+3$ 이다.
두 번째 부등식 $x^2+(a-7)x-7a \leq 0$ 의 좌변을 인수분해하면 $(x+a)(x-7) \leq 0$ 이다.

연립부등식의 해가 오직 하나 존재하려면 두 부등식의 해집합인 두 닫힌구간의 교집합이 한 점이어야 한다.
(i) $a<-7$ 일 때: 두 번째 부등식의 해는 $7 \leq x \leq -a$ 이다. 첫 번째 부등식의 해는 $a-5 \leq x \leq a+3$ 이고 $a<-7$ 이므로 $a+3<-4$ 이다. 따라서 두 구간은 공통부분을 갖지 않는다.

(ii) $a=-7$ 일 때: 두 번째 부등식의 해는 $x=7$ 이다. 첫 번째 부등식의 해는 $-12 \leq x \leq -4$ 이므로, 연립부등식의 해는 존재하지 않는다.

(iii) $a>-7$ 일 때: 두 번째 부등식의 해는 $-a \leq x \leq 7$ 이다. 첫 번째 부등식의 해는 $[a-5, a+3]$ 이다. 두 구간의 교집합이 한 점이려면 한 구간의 끝점이 다른 구간의 끝점과 같아야 한다.
첫째, 첫 번째 구간의 오른쪽 끝점과 두 번째 구간의 왼쪽 끝점이 같은 경우, $a+3=-a$ 에서 $2a=-3$, 즉 $a=-\frac{3}{2}$ 이다. 이 값은 $a>-7$ 을 만족한다.
둘째, 첫 번째 구간의 왼쪽 끝점과 두 번째 구간의 오른쪽 끝점이 같은 경우, $a-5=7$ 에서 $a=12$ 이다. 이 값은 $a>-7$ 을 만족한다.

따라서 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값은 $-\frac{3}{2}$ 와 12 이다.
모든 실수 a 의 값의 합은 $-\frac{3}{2}+12=\frac{21}{2}$ 이다.

---

15. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 행렬의 연산과 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 행렬의 성분을 구하고, 이를 통해 행렬의 곱의 특정 성분을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 행렬 $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $Y=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ 라 하자.
조건 (가) $PX=P$ 에서 $X=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ c & d \end{pmatrix}$ 이고, $YP=O$ 에서 $p=-2q, r=-2s$ 이다.
주어진 조건 $X+Y=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ 와 조건 (나)에 의해 $q=-1$ 이다.
$X+Y$ 의 각 성분과 위 관계를 이용하면 $1+p=3$ 에서 $p=2$, $c+r=-5$, $d+s=4$ 이다. ($p=-2q$ 는 만족된다.)
조건 (나)에서 X 의 모든 성분의 합은 3이므로 $1+c+d=3$, 즉 $c+d=2$ 이다.
$c+r=-5$ 와 $r=-2s$ 에서 $c-2s=-5$ 이고, $d+s=4$ 에서 $s=4-d$ 이므로, 이를 대입하면 $c-2(4-d)=-5$, 즉 $c+2d=3$ 이다.
두 식 $c+d=2$ 와 $c+2d=3$ 을 연립하여 풀면 $c=1, d=1$ 이다.
$s=4-d=3$ 이므로, 구하는 행렬 XY 의 $(2,2)$ 성분은 $cq+ds=(1)(-1)+(1)(3)=2$ 이다.

---

16. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 경우를 나누어 조합과 순열의 수를 구하는 문제를 해결한다.

[풀이]

선택된 5장의 카드에 적힌 수의 합이 짝수이려면, 5장의 카드 중 홀수가 적힌 카드의 개수가 짝수여야 한다. 홀수 카드는 총 4장, 짝수 카드는 총 3장이므로, 5장을 선택하는 경우는 (홀수 2장, 짝수 3장) 또는 (홀수 4장, 짝수 1장)으로 나눌 수 있다.

(i) 홀수 2장, 짝수 3장을 선택하는 경우

홀수 카드 4장 중 2장을 선택하고, 짝수 카드 3장 중 3장을 선택하는 경우의 수는 $\binom{4}{2} \times \binom{3}{3} = 6 \times 1 = 6$ 이다.

선택된 5장의 카드를 나열할 때 짝수 카드끼리 이웃하지 않으려면, 홀수 카드 2장을 먼저 나열하고 그 사이와 양 끝의 3개의 자리에 짝수 카드 3장을 나열해야 한다. 이 경우의 수는 $2! \times P(3,3) = 2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$ 이다.

따라서 이 경우의 수는 $6 \times 12 = 72$ 이다.

(ii) 홀수 4장, 짝수 1장을 선택하는 경우

홀수 카드 4장 중 4장을 선택하고, 짝수 카드 3장 중 1장을 선택하는 경우의 수는 $\binom{4}{4} \times \binom{3}{1} = 1 \times 3 = 3$ 이다.

선택된 5장의 카드 중 짝수 카드가 1장이므로, 짝수 카드는 서로 이웃할 수 없다. 따라서 선택된 5장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $5! = 120$ 이다.

따라서 이 경우의 수는 $3 \times 120 = 360$ 이다.

두 경우는 동시에 일어날 수 없으므로, 구하는 총 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $72 + 360 = 432$ 이다.

---

17. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 구간에서 이차함수의 최대최소에 대한 조건을 해석하여 대칭축을 추론하고, 이를 통해 이차함수의 식을 구하여 함숫값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이다. 닫힌구간 $[a,b]$ 에서 꼭짓점의 x 좌표가 구간 내부에 포함되지 않으면, 최댓값과 최솟값은 양 끝점에서의 함숫값이므로 $m_n + M_n = f(n-1) + f(n+1)$ 이 성립한다. 따라서 조건 (나)의 $m_n + M_n \neq f(n-1) + f(n+1)$ 은 $f(x)$ 의 대칭축 $x=k$ 가 구간 $(n-1, n+1)$ 에 존재함을 의미한다.

조건에 따라 $n \in \{5, 6\}$ 일 때 $n-1 < k < n+1$ 이 성립하고, $n=4$ 와 $n=7$ 일 때는 성립하지 않는다.

1) $n=5$ 일 때: $4 < k < 6$

2) $n=6$ 일 때: $5 < k < 7$

3) $n=4$ 일 때 성립 안 함: $k \notin (3,5)$, 즉 $k \leq 3$ 또는 $k \geq 5$

4) $n=7$ 일 때 성립 안 함: $k \notin (6,8)$, 즉 $k \leq 6$ 또는 $k \geq 8$

이 조건들을 모두 만족시키는 k 의 범위는 $5 < k < 6$ 이다. 조건 (가)에서 $k = \frac{p+q}{2}$ 이고 p, q 가 서로 다른 정수이므로 $2k = p+q$ 는 정수이다. $10 < 2k < 12$ 이므로 $2k = 11$, 즉 $k = \frac{11}{2}$ 이다.

$f(x) = (x - \frac{11}{2})^2 + c$ 로 놓을 수 있다. 방정식 $f(x) = 2$ 의 두 실근 α, β 는 $(x - \frac{11}{2})^2 = 2 - c$ 의 해이므로 $x = \frac{11}{2} \pm \sqrt{2-c}$ 이다. 두 근의 차가 $|\alpha - \beta| = 2\sqrt{2-c} = 3$ 이므로, 양변을 제곱하면 $4(2-c) = 9$ 이다. $8 - 4c = 9$ 에서 $c = -\frac{1}{4}$ 이다. 따라서 $f(x) = (x - \frac{11}{2})^2 - \frac{1}{4}$ 이다.

문제에서 요구하는 값은 $f(1) = (1 - \frac{11}{2})^2 - \frac{1}{4} = (-\frac{9}{2})^2 - \frac{1}{4} = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20$ 이다.

MathGenix 2026년 고1 10월 모의고사

18. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 인수정리와 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 주어진 조건을 만족하는 식의 값을 구하는 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 다항식 $P(x)=x^3+(2a+1)x^2+(a^2+2a-2)x+a^2-2$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$P(-1)=-1+(2a+1)-(a^2+2a-2)+(a^2-2)=0$ 이므로, $P(x)$ 는 $(x+1)$ 을 인수로 갖는다.

조립제법을 이용하면 $P(x)=(x+1)(x^2+2ax+a^2-2)$ 로 인수분해된다.

$P(x)$ 가 $(x+b)(x+c)^2$ 의 꼴이 되는 경우는 두 가지로 나눌 수 있다.

(i) $x^2+2ax+a^2-2$ 가 완전제곱식이 되는 경우:

이 이차식의 판별식을 D 라 하면 $D/4=a^2-(a^2-2)=2$ 이다.

$D\neq 0$ 이므로 완전제곱식이 될 수 없다.

(ii) $x^2+2ax+a^2-2$ 가 $(x+1)$ 을 인수로 갖는 경우:

$x=-1$ 이 이차식의 근이므로 $(-1)^2+2a(-1)+a^2-2=0$ 이 성립한다.

정리하면 $a^2-2a-1=0$ 이다. 이 방정식의 두 실근을 a_1, a_2 라 하자.

이때, $x^2+2ax+a^2-2=(x+1)(x+2a-1)$ 로 인수분해되므로

$P(x)=(x+1)^2(x+2a-1)$ 이다.

이를 $(x+b)(x+c)^2$ 과 비교하면 $c=1$ 이고 $b=2a-1$ 임을 알 수 있다.

따라서 $a+b+c=a+(2a-1)+1=3a$ 이다.

a 의 값은 $a^2-2a-1=0$ 의 두 근 a_1, a_2 이므로, 가능한 $a+b+c$ 의 값은 $3a_1$ 과 $3a_2$ 이다.

근과 계수의 관계에 의해 $a_1+a_2=2$ 이므로, 모든 가능한 $a+b+c$ 값들의 합은

$3a_1+3a_2=3(a_1+a_2)=3times2=6$ 이다.

따라서 구하는 모든 $a+b+c$ 값들의 합은 6이다.

---

19. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 다항식의 나눗셈과 나머지, 차수 관계를 이용하여 다항식을 결정할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

조건 (가)에서 $f(x)=P(x)Q(x)+Q(x)=(P(x)+1)Q(x)$ 이고, 나머지의 차수는 나누는 식의 차수보다 작아야 하므로 $\deg(Q(x))<\deg(P(x))$ 이다. $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이므로 $\deg(P(x))+\deg(Q(x))=3$ 이다. 두 차수 조건을 모두 만족하는 경우는 $\deg(P(x))=2$ 이고 $\deg(Q(x))=1$ 인 경우뿐이다.

조건 (나)에서 $f(x)$ 를 $\{Q(x)\}^2$ 으로 나눈 나머지가 $x^3-f(x)$ 이므로, $\deg(x^3-f(x))<\deg(\{Q(x)\}^2)$ 이다. $f(x)=x^3+ax^2+\cdots$ 라 하면 $x^3-f(x)=-ax^2-\cdots$ 이고, $\deg(Q(x))=1$ 이므로 $\deg(\{Q(x)\}^2)=2$ 이다. 따라서 $\deg(-ax^2-\cdots)<2$ 이므로 $a=0$ 이다. 즉, $f(x)$ 의 이차항의 계수는 0이다.

또한 조건 (나)에서 $f(x)=A(x)\{Q(x)\}^2+x^3-f(x)$ (단, $A(x)$ 는 몫)이므로, $2f(x)-x^3=A(x)\{Q(x)\}^2$ 이다. 즉, $2f(x)-x^3$ 은 $\{Q(x)\}^2$ 으로 나누어떨어진다. $Q(x)=k(x-r)$ 이라 하면, $f(r)=(P(r)+1)Q(r)=0$ 이다. $2f(r)-r^3=0$ 이므로 $-r^3=0$, 즉 $r=0$ 이다. 따라서 $Q(x)=kx$ 꼴이다. $Q(1)=2$ 이므로 $k=2$ 이고 $Q(x)=2x$ 이다.

$f(x)=(P(x)+1)Q(x)$ 이고 $f(x)$ 의 최고차항 계수가 1이므로, 이차다항식 $P(x)$ 의 최고차항 계수는 $1/2$ 이다.

$P(x)=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 라 하면 $f(x)=(\frac{1}{2}x^2+bx+c+1)(2x)=x^3+2bx^2+2(c+1)x$ 이다. $f(x)$ 의 이차항 계수가 0이므로 $b=0$ 이다. 이제 $f(x)=x^3+2(c+1)x$ 를 $2f(x)-x^3$ 에 대입하면, $x^3+4(c+1)x$ 가 $\{Q(x)\}^2=4x^2$ 으로 나누어떨어져야 한다. $x(x^2+4(c+1))$ 이 $4x^2$ 으로 나누어떨어지려면 $x^2+4(c+1)$ 이 x 로 나누어떨어져야 하므로, 상수항 $4(c+1)=0$ 에서 $c=-1$ 이다.

MathGenix 2026 고1 10월 모의고사

따라서 $f(x)=x^3$ 이고, 구하는 값은 $f(-1)=(-1)^3=-1$ 이다.

20. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 직원뿔의 기하학적 성질을 이용하여 변수를 포함하는 다항방정식을 세우고, 그 해를 이용하여 직원뿔의 부피를 계산할 수 있다.

[풀이]

직원뿔의 높이를 H , 밑면의 반지름의 길이를 R , 모선의 길이를 L 이라 하면, 피타고라스 정리에 의해 $L^2=H^2+R^2$ 이 성립한다.

문제의 조건에서 모선의 길이가 밑면 반지름의 길이의 $\sqrt{2}$ 배이므로 $L=\sqrt{2}R$ 이다. 이를 위 식에 대입하면 $(\sqrt{2}R)^2=H^2+R^2$ 에서 $2R^2=H^2+R^2$, 즉 $H^2=R^2$ 을 얻는다. H 와 R 은 길이이므로 $H>0, R>0$ 이므로 $H=R$ 이다.

주어진 식 $H=a^3+5$ 와 $R=a^2+a+7$ 을 이용하면 $a^3+5=a^2+a+7$ 이고, 이 식을 정리하면 $a^3-a^2-a-2=0$ 이다.

$P(a)=a^3-a^2-a-2$ 라 하면 $P(2)=8-4-2-2=0$ 이므로 $(a-2)$ 는 $P(a)$ 의 인수이다.

조립제법을 이용하면 $P(a)=(a-2)(a^2+a+1)$ 으로 인수분해된다.

이때 이차방정식 $a^2+a+1=0$ 의 판별식은 $D=1^2-4(1)(1)=-3<0$ 이므로 실근을 갖지 않는다. 따라서 주어진 방정식을 만족시키는 양수 a 의 값은 $a=2$ 뿐이다.

$a=2$ 일 때, 직원뿔의 높이와 밑면의 반지름의 길이는 $H=R=2^3+5=13$ 이다.

따라서 직원뿔의 부피 V 는 $V=\frac{1}{3}\pi R^2 H=\frac{1}{3}\pi\times 13^2\times 13=\frac{13^3}{3}\pi=\frac{2197}{3}\pi$ 이다.

[4점]

21. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 주어진 여러 조건을 만족시키는 경우의 수를 각 대상의 사용 횟수(빈도)에 대한 경우를 나누어 구하는 문제입니다.

[풀이]

(다)에서 언어 A와 C를 함께 사용하는 챌린지를 5개 중 하나 선택하는 경우의 수는 $\binom{5}{1}=5$ 입니다. 이제 남은 4개의 챌린지에 사용할 언어 쌍을 결정해야 합니다. (나)에 의해 $\{C,D\}$ 쌍은 사용할 수 없고, (다)에 의해 $\{A,C\}$ 쌍은 더 이상 사용할 수 없으므로, 남은 4개 챌린지에는 $\{A,B\},\{A,D\},\{B,C\},\{B,D\}$ 네 종류의 쌍만 사용할 수 있습니다.

(가)에 따라 언어 A, B, C, D의 전체 사용 횟수 집합은 $\{3,3,2,2\}$ 입니다. $\{A,C\}$ 를 한 번 사용했으므로, 남은 4개 챌린지에서 각 언어가 사용되어야 하는 횟수는 배정된 전체 사용 횟수에 따라 달라집니다. 남은 4개 챌린지에 사용되는 $\{A,B\},\{A,D\},\{B,C\},\{B,D\}$ 쌍의 개수를 각각 x_1,x_2,x_3,x_4 라 하면 $x_1+x_2+x_3+x_4=4$ 입니다.

각 언어의 전체 사용 횟수 (n_A,n_B,n_C,n_D) 가 $\{3,3,2,2\}$ 의 순열인 경우를 따져, 남은 4개 챌린지에서의 각 언어의 필요 횟수와 이를 만족시키는 쌍의 조합(x_1,x_2,x_3,x_4)을 찾습니다.

1. $(n_A,n_B,n_C,n_D)=(3,3,2,2)$: 남은 필요 횟수는 $(2,3,1,2)$ 입니다. 연립방정식 $x_1+x_2=2, x_1+x_3+x_4=3, x_3=1, x_2+x_4=2$ 를 풀면 $x_1=1,x_2=1,x_3=1,x_4=1$ 입니다. 4개의 서로 다른 쌍을 배열하는 경우의 수는 $4!=24$ 입니다.

2. $(n_A,n_B,n_C,n_D)=(3,2,3,2)$: 남은 필요 횟수는 $(2,2,2,2)$ 입니다. $x_3=2$ 이고 연립방정식을 풀면 $x_1=0,x_2=2,x_4=0$ 입니다. $\{A,D\}$ 2개, $\{B,C\}$ 2개를 배열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!\,2!}=6$ 입니다.

3. $(n_A,n_B,n_C,n_D)=(3,2,2,3)$: 남은 필요 횟수는 $(2,2,1,3)$ 입니다. $x_3=1$ 이고 연립방정식을 풀면 $x_1=0,x_2=2,x_4=1$ 입니다. $\{A,D\}$ 2개, $\{B,C\}$ 1개, $\{B,D\}$ 1개를 배열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$ 입니다.

4. $(n_A,n_B,n_C,n_D)=(2,3,3,2)$: 남은 필요 횟수는 $(1,3,2,2)$ 입니다. $x_3=2$ 이고 연립방정식을 풀면 $x_1=0,x_2=1,x_4=1$ 입니다. $\{B,C\}$ 2개, $\{A,D\}$ 1개, $\{B,D\}$ 1개를 배열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$ 입니다.

5. $(n_A,n_B,n_C,n_D)=(2,3,2,3)$: 남은 필요 횟수는 $(1,3,1,3)$ 입니다. $x_3=1$ 이고 연립방정식을 풀면 $x_1=0,x_2=1,x_4=2$ 입니다. $\{B,D\}$ 2개, $\{A,D\}$ 1개, $\{B,C\}$ 1개를 배열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$ 입니다.

그 외의 빈도 배정은 조건을 만족하는 x_i 값이 존재하지 않습니다.

따라서 모든 경우의 수의 합은 $5\times(24+6+12+12+12)=5\times 66=330$ 입니다.

22. 정답 및 풀이

정답: 4

[출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판별식을 이용하여 해결할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이] 이차함수 $y=x^2+4x-1$ 의 그래프와 직선 $y=2x+k$ 가 한 점에서 만나려면, x 에 대한 이차방정식 $x^2+4x-1=2x+k$ 가 중근을 가져야 한다.
방정식을 정리하면 $x^2+2x-(1+k)=0$ 이다.
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D=0$ 이어야 하므로,
$D/4=1^2-\{-(1+k)\}=1+1+k=2+k=0$
따라서 $k=-2$ 이다.
문제에서 요구하는 값은 k^2 이므로, $k^2=(-2)^2=4$ 이다.

---

23. 정답 및 풀이

정답: 5

[출제의도] 인수정리와 판별식을 이용하여 미지수를 포함한 삼차방정식이 중근을 가질 조건을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]
$P(x)=x^3-(k+1)x^2+(k+4)x-4$ 라 하면 $P(1)=1-(k+1)+(k+4)-4=0$ 이므로, 주어진 삼차방정식은 $x=1$ 을 근으로 갖는다. 조립제법을 이용하여 인수분해하면 $(x-1)(x^2-kx+4)=0$ 이다. 이 삼차방정식이 중근을 갖는 경우는 다음 두 가지이다.

(i) 이차방정식 $x^2-kx+4=0$ 이 중근을 갖는 경우:
판별식 $D=(-k)^2-4(1)(4)=k^2-16=0$ 이므로 $k=4$ 또는 $k=-4$ 이다.

(ii) 이차방정식 $x^2-kx+4=0$ 이 $x=1$ 을 근으로 갖는 경우:
$x=1$ 을 대입하면 $1-k+4=0$ 이므로 $k=5$ 이다.

(i), (ii)에서 가능한 모든 정수 k 의 값은 $-4, 4, 5$ 이다. 따라서 모든 정수 k 의 값의 합은 $(-4)+4+5=5$ 이다.

---

24. 정답 및 풀이

정답: 2

[출제의도] 행렬의 곱셈과 덧셈, 상등을 이용하여 주어진 등식을 만족시키는 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 주어진 행렬 A 에 대하여 A^2 을 계산하면 다음과 같다.
$A^2=\begin{pmatrix}2&1\\-1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\-1&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&5\\-5&8\end{pmatrix}$

주어진 등식 $A^2+pA=qE$ 에 A^2, A, E 를 대입하면 다음과 같다.
$\begin{pmatrix}3&5\\-5&8\end{pmatrix}+p\begin{pmatrix}2&1\\-1&3\end{pmatrix}=q\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}3+2p&5+p\\-5-p&8+3p\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}q&0\\0&q\end{pmatrix}$

두 행렬이 서로 같을 조건에 따라 각 성분을 비교하면 $5+p=0$ 이므로 $p=-5$ 이다.
이 값을 $3+2p=q$ 에 대입하면 $q=3+2(-5)=-7$ 이다.
따라서 $p-q=(-5)-(-7)=2$ 이다.

MathGenix 2026년 고1 10월 모의고사

25. 정답 및 풀이

정답: 288

[출제의도] 특정 원소의 위치와 이웃 관계에 대한 조건이 결합된 순열의 수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

1부터 7까지의 자연수 중 홀수는 1, 3, 5, 7이고 짝수는 2, 4, 6이다. 짝수 카드 3장이 모두 이웃해야 하므로 하나의 묶음으로 취급한다. 이 묶음은 양 끝에 올 수 없으므로, 양 끝에는 반드시 홀수 카드가 놓여야 한다.

양 끝에 놓일 두 홀수의 합이 4의 배수가 되는 경우는 1, 3, 1, 7, 3, 5, 5, 7의 4가지 쌍이 있다. 각 쌍을 양 끝에 배열하는 경우의 수는 $2!$ 이므로, 양 끝을 정하는 경우의 수는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

가운데 5자리에는 남은 홀수 2장과 짝수 묶음을 배열한다. 이 3개의 대상을 일렬로 배열하는 경우의 수는 $3!$ 이고, 짝수 묶음 안에서 3개의 짝수를 배열하는 경우의 수는 $3!$ 이다. 따라서 가운데를 배열하는 경우의 수는 $3! \times 3! = 36$ 이다.

곱의 법칙에 따라 구하는 총 경우의 수는 $8 \times 36 = 288$ 이다.

---

26. 정답 및 풀이

정답: 80

[출제의도] 두 직선에 모두 접하고 한 점을 지나는 원의 방정식을 구하여 두 원의 중심 사이의 거리를 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 하자. 원이 원점 $O(0, 0)$ 을 지나므로 중심에서 원점까지의 거리가 반지름이 되어 $a^2 + b^2 = r^2$ 이다. 또한, 원이 직선 $y = 2x$, 즉 $2x - y = 0$ 에 접하므로 중심 (a, b) 에서 직선까지의 거리는 반지름 r 과 같다. 따라서 $r = \frac{|2a - b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2a - b|}{\sqrt{5}}$ 이다.

두 식 $a^2 + b^2 = r^2$ 과 $r^2 = \frac{(2a - b)^2}{5}$ 을 연립하면 $5(a^2 + b^2) = (2a - b)^2$ 이다. 이 식을 전개하면 $5a^2 + 5b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$ 이고, 정리하면 $a^2 + 4ab + 4b^2 = 0$, 즉 $(a + 2b)^2 = 0$ 이므로 $a = -2b$ 이다.

원이 직선 $x + 2y - 10 = 0$ 에도 접하므로, 중심 (a, b) 에서 이 직선까지의 거리도 반지름 r 과 같다. $a = -2b$ 를 대입하면 중심은 $(-2b, b)$ 가 된다. 따라서 $r = \frac{|(-2b) + 2b - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ 이다.

$a^2 + b^2 = r^2$ 에 $a = -2b$ 와 $r = 2\sqrt{5}$ 를 대입하면 $(-2b)^2 + b^2 = (2\sqrt{5})^2$ 이므로 $5b^2 = 20$ 에서 $b^2 = 4$ 이다. 따라서 $b = 2$ 또는 $b = -2$ 이다.

$b = 2$ 일 때 $a = -4$ 이므로 중심 O_1 의 좌표는 $(-4, 2)$ 이다.

$b = -2$ 일 때 $a = 4$ 이므로 중심 O_2 의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

따라서 선분 O_1O_2 의 길이의 제곱은 $(4 - (-4))^2 + (-2 - 2)^2 = 8^2 + (-4)^2 = 64 + 16 = 80$ 이다.

---

27. 정답 및 풀이

정답: 9

[출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 및 근의 정의를 활용하여 주어진 식의 값을 구하는 능력을 평가한다.

[풀이]

이차방정식 $x^2 + (m - 1)x + m + 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 1 - m$, $\alpha\beta = m + 2$ 이다. α 는 방정식의 근이므로 $\alpha^2 + (m - 1)\alpha + m + 2 = 0$ 이 성립하여, $\alpha^2 = -(m - 1)\alpha - (m + 2)$ 이다.

주어진 조건 $\alpha^2 + (2m - 1)\alpha + m\beta = -6$ 에 위 식을 대입하여 정리하면, $(-(m - 1)\alpha - (m + 2)) + (2m - 1)\alpha + m\beta = -6$ 이고, $m\alpha - m - 2 + m\beta = -6$ 에서 $m(\alpha + \beta) = m - 4$ 이다. 여기에 $\alpha + \beta = 1 - m$ 을 대입하면 $m(1 - m) = m - 4$ 이므로 $m^2 = 4$ 가 되어 $m = 2$ 또는 $m = -2$ 이다. 한편, 주어진 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가지므로 판별식 $D = (m - 1)^2 - 4(m + 2) = m^2 - 6m - 7 = (m - 7)(m + 1) > 0$ 이어야 한다. 이 부등식의 해는 $m < -1$ 또는 $m > 7$ 이므로, 두 조건을 모두 만족시키는 m 의 값은 -2 이다.

따라서 $m = -2$ 일 때 $\alpha + \beta = 1 - (-2) = 3$ 이고 $\alpha\beta = -2 + 2 = 0$ 이므로, 구하는 값은 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(0) = 9$ 이다.

---

28. 정답 및 풀이

정답: 44

[출제의도] 직육면체의 모서리의 합, 겉넓이와 대각선 길이 사이의 관계를 이용하여 내접하는 구의 반지름을 구하는 문제를 해결한다.

[풀이]

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하자. 모든 모서리의 길이의 합이 80이므로 $4(a+b+c)=80$ 에서 $a+b+c=20$ 이다. 또한, 겉넓이가 224이므로 $2(ab+bc+ca)=224$ 에서 $ab+bc+ca=112$ 이다.

직육면체의 공간 대각선의 길이는 구의 지름의 길이인 $2R$ 과 같다. 직육면체의 대각선 길이의 제곱은 $a^2+b^2+c^2$ 이므로, $(2R)^2=a^2+b^2+c^2$ 이다.

곱셈 공식을 이용하면 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=20^2-2(112)=400-224=176$ 이다.

따라서 $4R^2=176$ 이므로, $R^2=\frac{176}{4}=44$ 이다.

---

29. 정답 및 풀이

정답: 17

[출제의도] 직선과 축에 동시에 접하며 서로 외접하는 두 원의 성질을 이용하여 방정식을 세우고, 주어진 조건을 만족시키는 두 원의 넓이의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

[풀이]

원 C_1 의 반지름의 길이를 r_1 , 중심을 $O_1(x_1, r_1)$ 이라 하고, 원 C_2 의 반지름의 길이를 r_2 , 중심을 $O_2(r_2, y_2)$ 라 하자.

(가)에서 원 C_1 의 중심 (x_1, r_1) 과 직선 $3x+4y-36=0$ 사이의 거리는 r_1 이므로, $\frac{|3x_1+4r_1-36|}{\sqrt{3^2+4^2}}=r_1$ 이다. 원의 중심은 삼각형 내부에 있으므로 $3x_1+4r_1-36<0$ 이다. 따라서 $-(3x_1+4r_1-36)=5r_1$ 에서 $3x_1+9r_1=36$, 즉 $x_1+3r_1=12$ 이다.

(나)에서 원 C_2 의 중심 (r_2, y_2) 와 직선 $3x+4y-36=0$ 사이의 거리는 r_2 이므로, $\frac{|3r_2+4y_2-36|}{5}=r_2$ 이다. 마찬가지로 $3r_2+4y_2-36<0$ 이므로 $-(3r_2+4y_2-36)=5r_2$ 에서 $4y_2+8r_2=36$, 즉 $y_2+2r_2=9$ 이다.

(다)에서 두 원의 중심을 연결한 선분이 x 축과 평행하므로 두 중심의 y 좌표가 같다. 즉 $r_1=y_2$ 이다. 따라서 $r_1+2r_2=9$ 이다.

두 원 C_1 , C_2 가 외접하므로 두 중심 사이의 거리는 반지름의 합과 같다. $\overline{O_1O_2}^2=(x_1-r_2)^2+(r_1-y_2)^2=(r_1+r_2)^2$ 이다. $r_1=y_2$ 이므로 $(x_1-r_2)^2=(r_1+r_2)^2$ 이고, $x_1-r_2=\pm(r_1+r_2)$ 이다. 두 원의 중심 x 좌표는 $x_1>r_2$ 이므로 $x_1-r_2=r_1+r_2$ 에서 $x_1=r_1+2r_2$ 이다.

이제 연립방정식 $x_1+3r_1=12$ 와 $r_1+2r_2=9$, $x_1=r_1+2r_2$ 를 풀면 된다.

$r_1+2r_2=9$ 이므로 $x_1=9$ 이다. 이를 $x_1+3r_1=12$ 에 대입하면 $9+3r_1=12$ 에서 $r_1=1$ 이다. $r_1=1$ 을 $r_1+2r_2=9$ 에 대입하면 $1+2r_2=9$ 에서 $r_2=4$ 이다.

따라서 두 원의 넓이의 합은 $\pi r_1^2+\pi r_2^2=\pi(1^2+4^2)=17\pi$ 이다.

그러므로 p 의 값은 17 이다.

---

30. 정답 및 풀이

정답: 64

[출제의도]

두 이차함수의 그래프와 직선 $y=t$ 의 교점 관계를 이용하여 네 실근이 생기는 조건을 해석하고 미지수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$d=k-p$ 라 하자. $p<k$ 이므로 d 는 양의 정수이다.

$f(x)=t$ 의 두 근을 $p-u$, $p+u$ 라 하면

$u=\sqrt{t-q}$ 이다.

$g(x)=t$ 의 두 근을 $k-v$, $k+v$ 라 하면

$v=\sqrt{r-t}$ 이다.

$h(x)=\max(f(x), g(x))$ 이므로 $h(x)=t$ 가 서로 다른 네 실근을 가지려면 $g(x)=t$ 의 두 근이 $f(x)\le t$ 인 구간 안에 있어야 한다.

따라서

$k+v<p+u$

,
즉 $u > d + v$ 이어야 한다.

네 실근이 생기기 시작하는 경계값이 $t = 37$ 이고, 위쪽 경계값이 $t = r = 46$ 이므로 $r = 46$ 이다. $t = 37$ 에서 경계 등식이 성립하므로 $\sqrt{37 - q} = d + \sqrt{46 - 37} = d + 3$ 이다.

따라서
$q = 37 - (d + 3)^2$ 이다.

한편 네 실근의 합은
$(p - u) + (p + u) + (k - v) + (k + v) = 2p + 2k$ 이다.
이 값이 16이므로
$p + k = 8$ 이다.

p 와 k 가 정수이므로 $d = k - p$ 는 짝수이다. 또한 $q > 0$ 이므로
$37 - (d + 3)^2 > 0$ 이다.
이를 만족하는 양의 짝수 d 는 $d = 2$ 뿐이다.

따라서
$k - p = 2$, $p + k = 8$ 이므로 $p = 3$, $k = 5$ 이다.
또한
$q = 37 - (2 + 3)^2 = 12$, $r = 46$ 이다.

그러므로
$p + k + q + r = 3 + 5 + 12 + 46 = 66$ 이다.

정답은 ④이다.