매쓰제닉 쪽지시험 · 고2 수학 II · 함수의 연속 · 10월 1주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고2-10-01-SOL 출제 : MathGenix

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
③	③	③	③	③	③	③	③	③	③

---

1. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 불연속함수와 연속함수의 곱으로 만들어진 함수가 특정 지점에서 연속이 될 조건을 이해하고 있는지 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서만 불연속이므로, 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위해서는 $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to1-} f(x)g(x) = \lim_{x\to1+} f(x)g(x) = f(1)g(1)$ 이어야 한다.

$\lim_{x\to1-} f(x) = \lim_{x\to1-} (-x+1) = 0$ 이고, $\lim_{x\to1+} f(x) = \lim_{x\to1+} (x+3) = 4$ 이다.

연속 조건에 따라 $0 \cdot g(1) = 4 \cdot g(1)$ 이어야 하므로, $g(1) = 0$ 이다.

$g(x)$ 는 일차함수이고 $g(0) = -1$ 이므로 $g(x) = ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$g(1) = a - 1 = 0$ 에서 $a = 1$ 이므로 $g(x) = x - 1$ 이다.

따라서 $g(2) = 2 - 1 = 1$ 이다.

[정답] ③

---

2. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 함수의 극한이 $\frac{0}{0}$ 꼴의 부정형일 때, 인수분해 및 약분을 통해 극한값을 계산할 수 있는지를 평가합니다.

[정석 풀이] $x \to -3$ 일 때, 분모는 $x+3 \to 0$ 이고 분자는 $(x+3)(x^2-x+4) \to 0$ 이므로, 주어진 식은 $\frac{0}{0}$ 꼴의 부정형입니다. $x \to -3$ 은 x 가 -3 이 아니면서 -3 에 한없이 가까워지는 것을 의미하므로 $x+3 eq 0$ 입니다. 따라서 분모와 분자에서 공통인수 $x+3$ 을 약분할 수 있습니다.

$$\lim_{x\to-3} \frac{(x+3)(x^2-x+4)}{x+3} = \lim_{x\to-3} (x^2-x+4)$$

함수 $f(x) = x^2 - x + 4$ 는 다항함수이므로 모든 실수 x 에서 연속입니다. 따라서 극한값은 $x=-3$ 에서의 함숫값과 같습니다.

$\lim_{x\to-3} (x^2-x+4) = (-3)^2 - (-3) + 4 = 9 + 3 + 4 = 16$

[정답] 따라서 구하는 극한값은 16 입니다.

---

3. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

다항함수의 극한값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 는 다항함수이므로 극한값은 함수값과 같습니다.

따라서 $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$ 입니다.

$f(2) = 2^2 + 3(2) - 1 = 4 + 6 - 1 = 9$ 이므로, 구하는 극한값은 9 입니다.

---

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 불연속일 가능성이 있는 함수와 연속 함수의 곱이 연속이 될 조건을 이해하여 미지수의 값을 구하는 능력을 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 를 제외한 모든 실수에서 연속이고, 함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

따라서 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $x = a$ 에서 연속이어야 한다.

$x = a$ 에서 연속이 될 조건은 $\lim_{x\to a-} f(x)g(x) = \lim_{x\to a+} f(x)g(x) = f(a)g(a)$ 이다.

1. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속인 경우:

$\lim_{x\to a-} f(x) = \lim_{x\to a+} f(x)$ 이어야 하므로,

$2a + 1 = -a^2 + 6a - 2a^2 - 4a + 3 = 0(a - 1)(a - 3) = 0$

따라서 $a = 1$ 또는 $a = 3$ 이다.

2. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 불연속이지만, $g(a) = 0$ 인 경우:

이 경우 좌극한, 우극한, 함숫값이 모두 0 이 되어 $f(x)g(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이 된다.

$g(a) = a^2 - 3a - 10 = 0(a - 5)(a + 2) = 0$

따라서 $a = 5$ 또는 $a = -2$ 이다.

두 경우에 의해 가능한 모든 a 의 값은 $-2, 1, 3, 5$ 이다.

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 $-2 + 1 + 3 + 5 = 7$ 이다.

[정답] ③

---

5. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

불연속함수와 연속함수의 곱이 연속함수가 될 조건을 이용하여 상수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 을 제외한 모든 실수에서 연속이다.

$x = 1$ 에서의 좌극한은 $\lim_{x\to 1-} f(x) = 1 + 2 = 3$ 이고, 우극한은 $\lim_{x\to 1+} f(x) = 3 - 1 = 2$ 이다.

좌극한과 우극한이 다르므로 함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 불연속이다.

한편, 이차함수 $g(x) = x^2 - 4x + k$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

따라서 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되기 위해서는 $x = 1$ 에서 연속이어야 한다.

함수 $f(x)g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이 되려면 $\lim_{x\to 1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$ 이어야 하고, 이를 위해서는 좌극한과 우극한이 같아야 한다.

$\lim_{x\to 1-} f(x)g(x) = (\lim_{x\to 1-} f(x)) \cdot g(1) = 3g(1)$

$\lim_{x\to 1+} f(x)g(x) = (\lim_{x\to 1+} f(x)) \cdot g(1) = 2g(1)$

두 값이 같아야 하므로 $3g(1) = 2g(1)$ 이고, 이는 $g(1) = 0$ 을 만족해야 한다.

$g(1) = 1^2 - 4(1) + k = 1 - 4 + k = k - 3$ 이므로, $k - 3 = 0$ 에서 $k = 3$ 이다.

따라서 구하는 상수 k 의 값은 3이다.

---

6. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 분수함수가 모든 실수에서 연속이 될 조건을 이차방정식의 판별식을 이용하여 해결할 수 있는가를 묻는 문항이다.

[풀이]

함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이 되려면, 모든 실수 x 에 대하여 분모가 0이 아니어야 한다.

즉, $f(x)-m(x-1)\neq 0$ 이어야 한다.

분모의 식을 $h(x)$ 라 하면, $h(x)=(x^2-2x+5)-m(x-1)=x^2-(m+2)x+(m+5)$ 이다.

이차함수 $h(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않아야 하므로, 이차방정식 $h(x)=0$ 의 판별식 D 가 0보다 작아야 한다.

$D=(m+2)^2-4(m+5)<0 m^2+4m+4-4m-20<0 m^2-16<0 (m-4)(m+4)<0$

따라서 $-4<m<4$ 이다.

이 범위를 만족시키는 정수 m 은 $-3,\ -2,\ -1, 0, 1, 2, 3$ 으로 총 7개이다.

[정답] ③

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

불연속함수와 연속함수의 곱으로 정의된 함수가 연속이 될 조건을 이해하고, 이를 이용해 다항함수의 함숫값을 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 는 이차함수이므로 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $g(x)$ 의 $x=1$ 에서의 연속성을 조사하면 다음과 같다.

$\lim_{x\to 1-} g(x)=1+3=4$

$\lim_{x\to 1+} g(x)=-1+1=0$

$x=1$ 에서 $g(x)$ 의 좌극한과 우극한이 다르므로 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이 되려면 $\lim_{x\to 1-} f(x)g(x)=\lim_{x\to 1+} f(x)g(x)$ 가 성립해야 한다.

$f(1)\times\lim_{x\to 1-} g(x)=f(1)\times\lim_{x\to 1+} g(x)$ 이므로 $4f(1)=0f(1)$ 이다.

따라서 $f(1)=0$ 이어야 한다.

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 를 $f(x)=x^2+ax+b$ 라 하면, $f(0)=2$ 이므로 $b=2$ 이다.

$f(x)=x^2+ax+2$ 에 $f(1)=0$ 을 대입하면 $1+a+2=0$ 이므로 $a=-3$ 이다.

따라서 $f(x)=x^2-3x+2$ 이고, 구하는 값은 $f(3)=3^2-3(3)+2=2$ 이다.

---

8. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

불연속함수와 연속함수의 곱으로 만들어진 새로운 함수가 실수 전체의 집합에서 연속이 될 조건을 이해하고 이를 이용하여 상수의 값을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)=x-a$ 는 다항함수이므로 실수 전체의 집합에서 연속이다.

함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 을 제외한 모든 실수에서 연속이다. 따라서 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $x=1$ 에서 연속이어야 한다.

함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이기 위한 조건은 $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=f(1)g(1)$ 이다.

$x=1$ 에서의 좌극한은 다음과 같다.

$\lim_{x\to 1-} f(x)g(x)=\lim_{x\to 1-}(x-a)(x+3)=(1-a)(1+3)=4(1-a)$

$x=1$ 에서의 우극한은 다음과 같다.

$\lim_{x\to 1+} f(x)g(x)=\lim_{x\to 1+}(x-a)(x^2+1)=(1-a)(1^2+1)=2(1-a)$

함숫값은 $f(1)g(1)=(1-a)(1+3)=4(1-a)$ 이다.

$x=1$ 에서 연속이려면 좌극한과 우극한이 같아야 하므로,
$4(1-a)=2(1-a)$
$2(1-a)=0$
따라서 $a=1$ 이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

주어진 함수가 특정 점에서 불연속일 때, 두 함수의 곱이 연속이 될 조건을 이용하여 미정계수를 포함한 함수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 불연속일 가능성이 있고, 그 외의 구간에서는 다항함수이므로 연속이다. 따라서 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 연속이어야 한다.

(i) $x=0$ 에서 연속 조건
$\lim_{x\to0-}h(x)=\lim_{x\to0+}h(x)=h(0)$ 이어야 한다.
$\lim_{x\to0-}f(x)g(x)=(\lim_{x\to0-}f(x))\cdot g(0)=1\cdot g(0)=g(0)$.
$\lim_{x\to0+}f(x)g(x)=(\lim_{x\to0+}f(x))\cdot g(0)=2\cdot g(0)=2g(0)$.
$h(0)=f(0)g(0)=2g(0)$.
따라서 $g(0)=2g(0)$ 이므로, $g(0)=0$ 이다.

(ii) $x=2$ 에서 연속 조건
$\lim_{x\to2-}h(x)=\lim_{x\to2+}h(x)=h(2)$ 이어야 한다.
$\lim_{x\to2-}f(x)g(x)=(\lim_{x\to2-}f(x))\cdot g(2)=4\cdot g(2)=4g(2)$.
$\lim_{x\to2+}f(x)g(x)=(\lim_{x\to2+}f(x))\cdot g(2)=3\cdot g(2)=3g(2)$.
$h(2)=f(2)g(2)=3g(2)$.
따라서 $4g(2)=3g(2)$ 이므로, $g(2)=0$ 이다.

$g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이고 $g(0)=0$, $g(2)=0$ 이므로 인수정리에 의해 $g(x)=x(x-2)$ 로 놓을 수 있다.
따라서 구하는 값은 $g(4)=4(4-2)=4\times2=8$ 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

불연속함수와 연속함수의 곱으로 정의된 새로운 함수가 모든 실수에서 연속이 될 조건을 이해하고, 이를 이용하여 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)=x^2+ax-6$ 은 다항함수이므로 모든 실수 x 에서 연속이다.
함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 를 기준으로 함수식이 나뉘므로 $x=2$ 에서의 연속성을 확인해야 한다.
$x=2$ 에서의 좌극한은 $\lim_{x\to2-}g(x)=2+3=5$ 이고, 우극한은 $\lim_{x\to2+}g(x)=2(2)-5=-1$ 이다.
좌극한과 우극한이 다르므로 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 불연속이다.
따라서 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 가 모든 실수에서 연속이 되려면 $x=2$ 에서 연속이어야 한다.
$x=2$ 에서 함수 $h(x)$ 가 연속이기 위한 조건은 $\lim_{x\to2-}h(x)=\lim_{x\to2+}h(x)=h(2)$ 이다.
$\lim_{x\to2-}f(x)g(x)=f(2)\lim_{x\to2-}g(x)=(2^2+2a-6)\times5=5(2a-2)$
$\lim_{x\to2+}f(x)g(x)=f(2)\lim_{x\to2+}g(x)=(2^2+2a-6)\times(-1)=-(2a-2)$
두 값이 같아야 하므로, $5(2a-2)=-(2a-2)$ 이다.

이 등식을 정리하면 $6(2a-2)=0$, 즉 $2a-2=0$ 이므로 $a=1$ 이다.