

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
②	④	④	③	⑤	③	③	③	③	④

1. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 함수의 연속의 정의를 이용하여 구간별로 정의된 함수에 포함된 미정계수의 값을 구할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이기 위해서는 좌극한과 우극한(및 함수값)이 같아야 한다.

즉, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 가 성립해야 한다.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (4x - a) = 4 - a \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 + 1) = 1^3 + 1 = 2$$

따라서 $4 - a = 2$ 이므로, $a = 2$ 이다.

[정답] ②

2. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 무한대 빼기 무한대 꼴의 극한 계산을 통해 미정계수를 결정할 수 있는지를 평가한다.

[풀이] 주어진 식은 $\infty - \infty$ 꼴이므로 분자를 유리화하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴로 변형한다.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + ax} - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + ax})^2 - (2x)^2}{\sqrt{4x^2 + ax} + 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{\sqrt{4x^2 + ax} + 2x}$$

분모와 분자를 각각 x 로 나누어 극한값을 구하면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt{4 + \frac{a}{x}} + 2} = \frac{a}{\sqrt{4} + 2} = \frac{a}{4}$$

이다.

주어진 극한값이 3 이므로 $\frac{a}{4} = 3$ 에서 $a = 12$ 이다.

3. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 미분계수의 정의를 이해하여 다항함수에 포함된 미정계수를 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

미분계수의 정의에 따라 주어진 극한값은 $f'(-1)$ 과 같다. 즉, $f'(-1) = 7$ 이다.

함수 $f(x) = x^3 + ax - 1$ 의 도함수는 $f'(x) = 3x^2 + a$ 이다.

따라서 $f'(-1) = 3(-1)^2 + a = 3 + a$ 이므로, $3 + a = 7$ 에서 $a = 4$ 이다.

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 지수함수의 극한을 치환과 인수분해를 이용하여 계산할 수 있는지 평가한다.

[풀이] $t = 2^x$ 로 치환하면 $x \rightarrow 0$ 일 때 $t \rightarrow 1$ 이다. 주어진 극한 식은

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^3 - 1}{t^2 - t}$$

와 같다. 분자와 분모를 인수분해하면

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(t^2+t+1)}{t(t-1)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^2+t+1}{t}$$

이다. 따라서 구하는 극한값은 $\frac{1^2+1+1}{1} = 3$ 이다.

5. 정답 및 풀이

정답: ⑤

[출제의도]

함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 극한값을 계산할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

함수의 극한에 대한 성질에 의하여 수렴하는 함수의 사칙연산에 대한 극한값을 구할 수 있습니다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)}{g(x)+1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 3f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (g(x)+1)} = \frac{3\lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x) + \lim_{x \rightarrow 1} 1}$$

주어진 값 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ 와 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$ 를 대입하면 다음과 같습니다.

$$\frac{3 \times 5}{2+1} = \frac{15}{3} = 5$$

6. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 다항함수를 추론하고, 함숫값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

조건

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 - 1} = 1$$

에서 $f(x)$ 는 이차함수이고 최고차항의 계수가 2 임을 알 수 있다.

따라서 $f(x) = 2x^2 + ax + b$ 로 놓을 수 있다.

조건

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 5$$

에서 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

즉, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = 0$ 이다.

$f(2) = 2(2^2) + 2a + b = 8 + 2a + b = 0$ 이므로 $b = -2a - 8$ 이다.

$f(x) = 2x^2 + ax - 2a - 8 = 2(x^2 - 4) + a(x - 2) = (x - 2)(2x + 4 + a)$ 이다.

이를 극한식에 대입하면,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(2x + 4 + a)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x + 4 + a) = 4 + 4 + a = 8 + a$$

이다.

이 극한값이 5 이므로 $8 + a = 5$ 에서 $a = -3$ 이다.

$a = -3$ 을 $b = -2a - 8$ 에 대입하면 $b = -2(-3) - 8 = 6 - 8 = -2$ 이다.

따라서 $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ 이다.

구하는 값은 $f(1) = 2(1)^2 - 3(1) - 2 = 2 - 3 - 2 = -3$ 이다.

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 극한으로 표현된 조건을 해석하여 미분계수를 구하고, 이를 활용하여 주어진 값을 계산할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이]

함수 $g(x) = (x^2 - 4x + 3)f(x) = (x - 1)(x - 3)f(x)$ 이고, $f(x)$ 는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이다.

주어진 식의 첫 번째 항은

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 3)f(x)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 3)f(x) = -2f(1)$$

이다.

두 번째 항은

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 1)(x - 3)f(x)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)f(x) = 2f(3)$$

이다.

따라서 주어진 조건은 $-2f(1) + 2f(3) = 20$ 이므로, 양변을 2로 나누면 $f(3) - f(1) = 10$ 이다.

8. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

함수의 극한에 대한 기본 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 두 함수의 극한값의 곱을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \beta$ 라 하면, 함수의 극한에 대한 성질에 의해 다음이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 2g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \alpha + 2\beta = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x) - g(x)) = 2\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2\alpha - \beta = 4$$

두 식 $\alpha + 2\beta = 7$ 과 $2\alpha - \beta = 4$ 를 연립하여 풀면,

두 번째 식에 2를 곱하여 $4\alpha - 2\beta = 8$ 로 만들고 첫 번째 식과 더하면 $5\alpha = 15$ 이므로 $\alpha = 3$ 이다.

$\alpha = 3$ 을 $2\alpha - \beta = 4$ 에 대입하면 $2(3) - \beta = 4$ 이므로 $\beta = 2$ 이다.

따라서 구하는 값은 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = (\lim_{x \rightarrow 1} f(x))(\lim_{x \rightarrow 1} g(x)) = \alpha\beta = 3 \times 2 = 6$ 이다.

9. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 함수의 극한의 성질과 인수정리를 이용하여 두 이차함수를 결정하고 함숫값을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

$g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이고 $g(-1) = 0$ 이므로, 상수 a 에 대하여 $g(x) = (x+1)(x-a)$ 로 놓을 수 있습니다.

주어진 극한 식

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)g(x)} = \frac{1}{4}$$

에서 $x \rightarrow -1$ 일 때 분모가 $(x+1)g(x) = (x+1)^2(x-a) \rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 분자도 $f(x) \rightarrow 0$ 이어야 합니다. 즉, $f(-1) = 0$ 입니다.

분모가 $(x+1)^2$ 을 인수로 가지므로, 극한값이 0이 아닌 $\frac{1}{4}$ 로 수렴하기 위해서는 분자 $f(x)$ 도 $(x+1)^2$ 을 인수로 가져야 합니다. $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $f(x) = (x+1)^2$ 로 특정됩니다.

이 $f(x)$ 를 극한 식에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{(x+1)^2(x-a)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-a} = \frac{1}{-1-a}$$

입니다.

이 극한값이 $\frac{1}{4}$ 이므로 $\frac{1}{-1-a} = \frac{1}{4}$ 이고, $-1-a = 4$ 에서 $a = -5$ 를 얻습니다. 따라서 $g(x) = (x+1)(x+5)$ 입니다.

$f(3) = (3+1)^2 = 16$ 이고 $g(3) = (3+1)(3+5) = 32$ 이므로, $f(3) + g(3) = 16 + 32 = 48$ 입니다.

10. 정답 및 풀이

정답: ④

[간략 풀이]

[출제의도]

함수의 극한과 역함수의 성질을 이용하여 함수를 결정하고, 역함수와 정적분의 관계를 이용하여 그 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

(가)에서 $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ 이므로 극한값이 존재하기 위해 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$ 이어야 한다.

$$f(0) = a + b + c = 0$$

또한, 극한값은 미분계수의 정의에 의해 $f'(0) = 6$ 이다.

$$f'(x) = 2ae^{2x} + be^x \text{ 이므로 } f'(0) = 2a + b = 6 \text{ 이다.}$$

... 반복되는 후보 계산은 생략합니다. ...

$$\int_0^{\ln 2} (e^{2x} + 4e^x - 5)dx = [\frac{1}{2}e^{2x} + 4e^x - 5x]_0^{\ln 2}$$

$$= (\frac{1}{2}e^{2\ln 2} + 4e^{\ln 2} - 5\ln 2) - (\frac{1}{2}e^0 + 4e^0 - 0)$$

$$= (\frac{1}{2} \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 5\ln 2) - (\frac{1}{2} + 4)$$

$$= (10 - 5\ln 2) - \frac{9}{2} = \frac{11}{2} - 5\ln 2$$

따라서

$$\int_0^7 g(x)dx = 7\ln 2 - (\frac{11}{2} - 5\ln 2) = 12\ln 2 - \frac{11}{2}$$

이다.