매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(상) · 도형의 이동 · 10월 1주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고1-10-01-SOL 출제 : MathGenix

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
②	①	①	③	②	④	②	④	②	③

---

1. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 직선의 기울기와 도형의 대칭이동 개념을 이해하여 두 직선의 기울기를 구하고 그 곱을 계산할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

직선 l 은 원점을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45° 이므로 기울기는 $\tan(45^\circ)=1$ 이다.

따라서 직선 l 의 방정식은 $y=x$ 이다.

직선 l 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선 m 의 방정식은 y 대신 $-y$ 를 대입하여 얻으므로 $-y=x$, 즉 $y=-x$ 이다.

따라서 직선 m 의 기울기는 -1 이다.

두 직선 l, m 의 기울기의 곱은 $1\times(-1)=-1$ 이다.

[정답] ②

---

2. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 좌표평면에서 직선의 대칭이동을 이해하고, 이동된 직선의 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

[풀이]

직선 l 의 방정식은 $y=2x$ 이다.

방정식 $f(x,y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은 $f(x,-y)=0$ 이다.

따라서 직선 $y=2x$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 직선 m 의 방정식은 $-y=2x$, 즉 $y=-2x$ 이다.

그러므로 직선 m 의 기울기는 -2 이다.

[정답] ①

---

3. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도] 도형의 평행이동의 원리를 이해하고, 이를 점의 이동에 적용할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

방정식 $f(x,y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $f(x-a,y-b)=0$ 이다.

문제의 방정식 $f(x+1,y-2)=0$ 은 $f(x-(-1),y-2)=0$ 이므로, 이는 $f(x,y)=0$ 이 나타내는 도형을 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

따라서, 도형 위의 점 $P(2,-1)$ 은 평행이동에 의해 점 $(2+(-1),-1+2)$, 즉 $(1,1)$ 로 이동한다.

[정답] ①

---

4. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도] 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형의 평행이동을 이해하고 있는지를 평가한다.

[풀이]

방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $f(1, 5) = 0$ 이 성립한다.

방정식 $f(x-2, y+3) = 0$ 이 성립하려면 $x - 2 = 1$ 이고 $y + 3 = 5$ 이어야 한다.

따라서 $x = 3, y = 2$ 이므로 구하는 점의 좌표는 $(3, 2)$ 이다.

[정답] ③

---

5. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도] 직선 $y = x$ 에 대한 점의 대칭이동과 두 점 사이의 거리 공식을 활용하여 좌표를 계산할 수 있는지 평가한다.

[풀이]

점 $A(a, b)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P 의 좌표는 (b, a) 이다.

따라서 점 $A(2, 5)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P 의 좌표는 $(5, 2)$ 이다.

원점 $O(0, 0)$ 과 점 $P(5, 2)$ 사이의 거리는 $\overline{OP} = \sqrt{(5-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$ 이다.

[정답] ②

---

6. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도] 원의 성질과 선분의 외분점 공식을 이용하여 점의 좌표를 구하고, 그 값을 계산할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

점 $A(\sqrt{3}, 1)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점 B 의 좌표는 $(-\sqrt{3}, -1)$ 이다.

선분 AB 를 $3:1$ 로 외분하는 점 (a, b) 의 좌표는 다음과 같다.

$a = \frac{3(-\sqrt{3}) - 1(\sqrt{3})}{3-1} = \frac{-4\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3}$ $b = \frac{3(-1) - 1(1)}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$

따라서 $a^2 + b^2 = (-2\sqrt{3})^2 + (-2)^2 = 12 + 4 = 16$ 이다.

[정답] ④

---

7. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

원의 대칭이동과 평행이동을 이해하고, 이동한 원의 중심 좌표를 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 원 $(x-2)^2 + y^2 = 9$ 의 중심은 점 $(2, 0)$ 이다.

이 원을 y 축에 대하여 대칭이동하면 중심은 점 $(-2, 0)$ 으로 이동한다.

이어서 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 중심은 점 $(-2, 0+k)$, 즉 $(-2, k)$ 로 이동한다.

이동한 원의 중심 $(-2, k)$ 가 직선 $y = x + 1$ 위에 있으므로, $x = -2, y = k$ 를 대입하면 $k = -2 + 1$ 이 성립한다.

따라서 $k = -1$ 이다.

---

8. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

점의 대칭이동을 이용하여 두 선분 길이의 합이 최소가 되는 점의 좌표를 구하고, 이를 다른 직선에 대해 대칭이동시킬 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

선분 $AP+BP$ 의 길이가 최소가 되려면, 점 A 와 점 B 중 하나를 점 P 가 놓인 직선인 x축에 대하여 대칭이동한 점과 나머지 한 점을 잇는 직선이 x축과 만나는 점이 P 가 되어야 한다.

점 $B(5,1)$ 을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 라 하면, B' 의 좌표는 $(5,-1)$ 이다.

이때 $BP=B'P$ 이므로, $AP+BP=AP+B'P$ 이다. 이 값이 최소가 되는 경우는 세 점 A, P, B '가 한 직선 위에 있을 때이다.

두 점 $A(1,3)$ 과 $B'(5,-1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 기울기가 $\frac{-1-3}{5-1}=\frac{-4}{4}=-1$ 이므로

$y-3=-1(x-1)$

$y=-x+4$

점 P 는 이 직선의 x절편이므로, $y=0$ 을 대입하면

$0=-x+4$, 즉 $x=4$

따라서 점 P 의 좌표는 $(4,0)$ 이다.

점 $P(4,0)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점 P'의 좌표는 $(0,4)$ 이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

좌표축에 접하는 원의 방정식을 구할 수 있고, 점의 대칭이동을 이용하여 두 선분의 길이의 합의 최솟값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

원 C 는 중심이 제1사분면 위에 있고 반지름의 길이가 3 이며 x 축과 y 축에 동시에 접하므로, 중심의 좌표는 $(3,3)$ 이다.

따라서 원 C 의 방정식은 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ 이다.

구하고자 하는 값은 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값이다. 점 Q 가 y 축 위의 점이므로, 점 $A(5,18)$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 라 하면 $A'(-5,18)$ 이다.

y 축 위의 점 Q 에 대하여 항상 $\overline{AQ}=\overline{A'Q}$ 이므로, $\overline{AQ}+\overline{QP}=\overline{A'Q}+\overline{QP}$ 이다.

이때, 세 점 A' , Q , P 가 한 직선 위에 있을 때 $\overline{A'Q}+\overline{QP}$ 는 최솟값을 가지며, 그 최솟값은 점 A' 와 원 C 위의 점 P 사이의 최단 거리와 같다.

점 $A'(-5,18)$ 과 원의 중심 $C(3,3)$ 사이의 거리는 $\overline{A'C}=\sqrt{(3-(-5))^2+(3-18)^2}=\sqrt{8^2+(-15)^2}=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}=17$ 이다.

점 A' 와 원 C 위의 점 P 사이의 거리의 최솟값은 점 A' 와 원의 중심 C 사이의 거리에서 원의 반지름의 길이를 뺀 값과 같다.

따라서 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은 $17-3=14$ 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

평행이동과 대칭이동을 복합적으로 적용하여 도형의 방정식을 구할 수 있고, 원과 직선의 위치 관계를 이용하여 미지수의 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

원 $C:(x-a)^2+y^2=25$ 의 중심은 $(a,0)$ 이고 반지름의 길이는 5 이다.

원 C 를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 원 C' 의 중심은 $(a+1,1)$ 이다.

원 C' 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원 C'' 의 중심은 $(-(a+1),1)$ 이다. 원 C'' 의 반지름의 길이는 5 로 변하지 않는다.

원 C'' 이 직선 $3x-4y+9=0$ 에 접하므로, 원 C'' 의 중심 $(-(a+1),1)$ 과 직선 $3x-4y+9=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 5

와 같다.

점과 직선 사이의 거리 공식을 이용하면,

$d = \frac{|3(-a-1)-4(1)+9|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|-3a-3-4+9|}{\sqrt{25}} = \frac{|-3a+2|}{5}$

따라서 $\frac{|-3a+2|}{5} = 5$ 이므로 $|-3a+2| = 25$, 즉 $|3a-2| = 25$ 이다.

$3a-2 = 25$ 또는 $3a-2 = -25$

$3a = 27$ 또는 $3a = -23$

$a = 9$ 또는 $a = -\frac{23}{3}$

문제의 조건에서 $a > 0$ 이므로, 구하는 a 의 값은 9 이다.