매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(상) · 직선의 방정식 · 9월 3주차 정답 및 풀이

ID : WQ-2026-고1-09-03-SOL (2026.09.14) 출제 : MathGenix

빠른 정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
②	③	③	②	③	①	③	④	④	④

1. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식을 구하고 x 절편을 계산할 수 있다.

[풀이]

기울기가 2 이고 점 $(1, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y-4=2(x-1)$ 입니다.

식을 정리하면 $y=2x-2+4$, 즉 $y=2x+2$ 입니다.

x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로, $0=2x+2$ 에서 $2x=-2$, $x=-1$ 입니다.

따라서 구하는 x 절편은 -1 입니다.

2. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

두 점의 좌표를 이용하여 직선의 기울기를 구하고, 평행한 두 직선의 기울기가 같다는 조건을 적용할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 점 $A(1, 2)$, $B(3, 6)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{6-2}{3-1}=\frac{4}{2}=2$ 이다.

두 점 $C(-1, 1)$, $D(2, a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{a-1}{2-(-1)}=\frac{a-1}{3}$ 이다.

두 직선이 서로 평행하므로 기울기가 같아야 하므로, $2=\frac{a-1}{3}$ 이다.

양변에 3 을 곱하면 $6=a-1$ 이므로, $a=7$ 이다.

3. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

두 점의 좌표를 이용하여 직선의 기울기를 구하고, 두 직선이 평행할 조건을 적용할 수 있는지를 묻는 문제이다.

[풀이]

두 점 $A(1, 2)$, $B(3, 8)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{8-2}{3-1}=\frac{6}{2}=3$ 이다.

두 점 $C(-1, 5)$, $D(2, a)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{a-5}{2-(-1)}=\frac{a-5}{3}$ 이다.

두 직선이 서로 평행하려면 기울기가 같아야 하므로, $3=\frac{a-5}{3}$ 이다.

따라서 $9=a-5$ 에서 $a=14$ 이다.

4. 정답 및 풀이

정답: ②

[출제의도]

평행한 두 직선의 기울기가 같다는 성질을 이용하여 특정 점을 지나는 직선의 방정식을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

구하는 직선은 직선 $3x-y+5=0$ 에 평행하므로 기울기가 같다. 따라서 직선의 방정식을 $3x-y+k=0$ (k 는 상수)으로 놓을 수 있다.

이 직선이 점 $(2,1)$ 을 지나므로 $x=2, y=1$ 을 대입하면,

$3(2)-1+k=0$

$6-1+k=0$, 즉 $k=-5$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $3x-y-5=0$ 이다.

직선의 y 절편을 구하기 위해 $x=0$ 을 대입하면 $-y-5=0$ 이므로 $y=-5$ 이다.

---

5. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

평행한 두 직선의 방정식을 구하고, 두 직선 사이의 거리를 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

직선 l 은 직선 $2x-y+3=0$ 에 평행하므로 직선 l 의 방정식을 $2x-y+k=0$ (단, k 는 상수)으로 놓을 수 있다.

이 직선이 원점 $(0,0)$ 을 지나므로, $2(0)-0+k=0$ 에서 $k=0$ 이다.

따라서 직선 l 의 방정식은 $2x-y=0$ 이다.

구하는 거리는 평행한 두 직선 $2x-y+3=0$ 과 $2x-y=0$ 사이의 거리이므로, 공식에 따라

$\frac{|3-0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 이다.

---

6. 정답 및 풀이

정답: ①

[출제의도]

두 점을 지나는 직선의 기울기를 구하고, 두 직선의 수직 조건을 이용하여 직선의 방정식을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

두 점 $A(1,5)$, $B(3,1)$ 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1-5}{3-1}=\frac{-4}{2}=-2$ 이다.

이 직선에 수직인 직선의 기울기를 m 이라 하면, 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로 $(-2)\times m=-1$ 에서 $m=\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선은 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고 점 $C(4,3)$ 을 지나므로, 직선의 방정식은 $y-3=\frac{1}{2}(x-4)$ 이다.

이 식을 정리하면 $y=\frac{1}{2}x-2+3$, 즉 $y=\frac{1}{2}x+1$ 이다.

그러므로 구하는 직선의 y절편은 1 이다.

---

7. 정답 및 풀이

정답: ③

[출제의도]

두 직선의 수직 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

주어진 직선 $x+2y-4=0$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 이므로, 이 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이다.

두 직선이 서로 수직일 조건은 두 기울기의 곱이 -1 인 것이므로, 구하고자 하는 직선의 기울기를 m 이라 하면 $m\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$ 에서 $m=2$ 이다.

두 점 $\mathrm{A}(1,\ -1)$, $\mathrm{B}(3, k)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{k-(-1)}{3-1}=\frac{k+1}{2}$ 이다.
이 기울기가 2와 같아야 하므로, $\frac{k+1}{2}=2$ 에서 $k+1=4$, 즉 $k=3$ 이다.
따라서 구하는 직선은 기울기가 2이고 점 $\mathrm{A}(1,\ -1)$ 을 지나므로, 직선의 방정식은 $y-(-1)=2(x-1)$ 이다.
이를 정리하면 $y=2x-3$ 이고, 이 직선의 y 절편은 -3 이므로 $n=-3$ 이다.
그러므로 구하는 값은 $k+n=3+(-3)=0$ 이다.

---

8. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

평행한 직선의 방정식을 설정하고, 좌표축과 만나는 점을 이용하여 주어진 삼각형의 넓이 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구할 수 있는가를 평가한다.

[풀이]

직선 $l: 3x-2y-6=0$ 이 x 축과 만나는 점 A 의 좌표를 구하기 위해 $y=0$ 을 대입하면 $3x-6=0$ 에서 $x=2$ 이므로 $\mathrm{A}(2,0)$ 이다.
직선 m 은 직선 l 과 평행하므로 방정식을 $3x-2y+k=0$ (k 는 상수)로 놓을 수 있다.
직선 m 이 y 축과 만나는 점 B 의 좌표를 구하기 위해 $x=0$ 을 대입하면 $-2y+k=0$ 에서 $y=\frac{k}{2}$ 이므로 $\mathrm{B}(0, \frac{k}{2})$ 이다.
문제의 조건에서 점 B 의 y 좌표는 양수이므로 $\frac{k}{2}>0$, 즉 $k>0$ 이다.
원점 $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(0, \frac{k}{2})$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{k}{2}=\frac{k}{2}$ 이다.
삼각형 OAB 의 넓이가 6이므로 $\frac{k}{2}=6$ 에서 $k=12$ 이다.
따라서 직선 m 의 y 절편은 $\frac{k}{2}=\frac{12}{2}=6$ 이다.

---

9. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

직선 위의 점의 좌표를 미지수로 설정하고, 주어진 도형의 넓이 조건을 이용하여 미지수에 대한 방정식을 세운 후, 근과 계수의 관계를 활용하여 문제에서 요구하는 값을 구할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

점 A 의 좌표를 (a, b) 라 하자. 점 A 는 제1사분면에 있으므로 $a>0, b>0$ 이다.
점 A 는 직선 $2x+y-8=0$ 위의 점이므로 $2a+b=8$, 즉 $b=8-2a$ 이다.
$b>0$ 이므로 $8-2a>0$ 에서 $a<4$ 이다. 따라서 $0<a<4$ 이다.
원점 O(0, 0), H $(a, 0)$, K $(0, b)$ 이므로 직사각형 $OHAK$ 의 넓이는 ab 이다.
문제의 조건에서 넓이가 $\frac{15}{2}$ 이므로, $ab=\frac{15}{2}$ 이다.
$b=8-2a$ 를 대입하면 $a(8-2a)=\frac{15}{2}$ 이다.
이 식을 정리하면 $16a-4a^2=15$, 즉 $4a^2-16a+15=0$ 이다.
이 이차방정식의 판별식 $D/4=(-8)^2-4\cdot 15=64-60=4>0$ 이고, 두 근의 합은 4 , 곱은 $\frac{15}{4}$ 로 모두 양수이므로 조건을 만족하는 서로 다른 두 실수 a 값이 존재한다. 이 두 값을 a_1, a_2 라 하자.
직선 OA 의 기울기는 $\frac{b}{a}$ 이다.
$\frac{b}{a}=\frac{8-2a}{a}=\frac{8}{a}-2$ 이므로, 가능한 두 기울기는 $m_1=\frac{8}{a_1}-2$ 와 $m_2=\frac{8}{a_2}-2$ 이다.
두 기울기의 합은 $(\frac{8}{a_1}-2)+(\frac{8}{a_2}-2)=8(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2})-4$ 이다.
이차방정식 $4a^2-16a+15=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해 $a_1+a_2=-(\frac{-16}{4})=4$ 이고, $a_1a_2=\frac{15}{4}$ 이다.
따라서 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=\frac{a_1+a_2}{a_1a_2}=\frac{4}{15/4}=\frac{16}{15}$ 이다.
구하는 기울기의 합은 $8(\frac{16}{15})-4=\frac{128}{15}-\frac{60}{15}=\frac{68}{15}$ 이다.

---

10. 정답 및 풀이

정답: ④

[출제의도]

두 평행한 직선의 방정식을 설정하고, 삼각형의 넓이 조건과 점과 직선 사이의 거리 공식을 이용하여 직선의 방정식을 구한 후, 원점과 직선 사이의 거리를 계산할 수 있는지를 평가한다.

[풀이]

직선 $l : 3x + 4y - 12 = 0$ 의 x 절편은 $y = 0$ 을 대입하면 $3x = 12$ 에서 $x = 4$ 이므로 점 A 의 좌표는 $\mathrm{A}(4, 0)$ 이다. y 절편은 $x = 0$ 을 대입하면 $4y = 12$ 에서 $y = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $\mathrm{B}(0, 3)$ 이다.

선분 AB 의 길이는 $\sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$ 이다.

삼각형 PAB 의 밑변을 선분 AB 로 생각하면, 그 넓이가 10이므로 높이 h 는 $\frac{1}{2} \times 5 \times h = 10$ 에서 $h = 4$ 이다.

점 P 는 직선 m 위의 점이고 직선 m 은 직선 l 에 평행하므로, 높이 h 는 두 평행한 직선 l 과 m 사이의 거리와 같다.

직선 m 의 방정식은 l 에 평행하므로 $3x + 4y + k = 0$ ($k \neq -12$)로 놓을 수 있다.

두 직선 l 과 m 사이의 거리는 $\frac{|k-(-12)|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|k+12|}{5}$ 이다.

이 거리가 4이므로 $\frac{|k+12|}{5} = 4$ 이고, $|k+12| = 20$ 이다.

따라서 $k + 12 = 20$ 또는 $k + 12 = -20$ 이므로, $k = 8$ 또는 $k = -32$ 이다.

직선 m 의 y 절편은 $-\frac{k}{4}$ 이고, 문제의 조건에서 y 절편이 음수이므로 $-\frac{k}{4} < 0$, 즉 $k > 0$ 이다.

따라서 $k = 8$ 이고, 직선 m 의 방정식은 $3x + 4y + 8 = 0$ 이다.

원점 $(0, 0)$ 과 직선 $m : 3x + 4y + 8 = 0$ 사이의 거리는 $\frac{|3(0)+4(0)+8|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{8}{5}$ 이다.

매쓰제닉 쪽지시험 · 고1 수학(상) · 직선의 방